

Министерство образования и науки Украины  
Донбасская государственная машиностроительная академия

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

к лабораторным работам по дисциплине «Физика»  
(для студентов всех специальностей вуза)

Механика  
Молекулярная физика и термодинамика

Утверждено на заседании  
кафедры физики  
Протокол №5 от 25.11.03

Краматорск 2004

УДК 535

Методические указания к лабораторным работам по дисциплине «Физика» (для студентов всех специальностей вуза). Механика. Молекулярная физика и термодинамика / Сост. В.М.Костенко, В.Н.Тулупенко, В.Г.Белых и др. – Краматорск: ДГМА, 2004.-72 с.

Приведены краткие теоретические сведения, описания установок, порядок выполнения работ, рекомендации по обработке результатов измерений. Для самоконтроля в конце каждой работы даны контрольные вопросы.

Составители:

В.М.Костенко, доц.,  
В.Н.Тулупенко, доц.,  
В.Г.Белых, доц.,  
Ж.Н.Огнётова, доц.,  
Т.Л.Богданова, ассист.,  
Р.В.Баржеев, ассист.

Отв. за выпуск: В.М.Костенко, доц.

## **ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ**

Лабораторный практикум играет большую роль в изучении курса общей физики. Можно выделить три основных его цели:

- 1) Ознакомление с приборами и методами измерения различных физических величин.
- 2) Экспериментальное изучение физических законов и явлений.
- 3) Ознакомление с методами обработки результатов измерений.

Для выполнения конкретной лабораторной работы студент обязан заранее внимательно ознакомиться с содержанием методических указаний к ней; выучить надлежащий теоретический материал и проконтролировать себя с помощью контрольных вопросов. Наибольшее внимание, по крайней мере, во время подготовки к выполнению, необходимо обратить на исследовательский прием, его суть, математическую обработку и его экспериментальную реализацию, то есть на ход выполнения работы.

Студент считается подготовленным к выполнению лабораторной работы, если он:

- 1) имеет экземпляр протокола исследования (см. ниже);
- 2) знает цель работы, может раскрыть содержание понятий, которые воссоздают цель работы;
- 3) проявит понимание того, как можно достичь цели этой работы, то есть знает суть экспериментального исследовательского приема, принцип действия экспериментальной установки и ход выполнения работы.

***После получения разрешения на выполнение работы*** студент выполняет ее, занося соответствующие результаты в протокол исследования, проводит соответствующие вычисления и после получения итогового результата сдает протокол исследования преподавателю.

В протокол исследования заносятся:

- 1) Номер и название лабораторной работы, фамилия, имя и отчество исполнителя, шифр академической группы, дата выполнения (эти данные приводятся на титульной странице протокола).
- 2) Цель работы.
- 3) Схематическое изображение экспериментальной установки или рабочие схемы.

- 4) Основные расчетные формулы.
- 5) Таблицы для результатов измерений и расчетов.
- 6) Формулы для вычисления погрешностей и оценки результатов.

Оставляют место для необходимых расчетов и записи окончательного результата исследования. Конечный результат записывается в стандартной форме (см. ниже). Если необходимо представить результаты измерений в виде графической зависимости, то оставляют место для графиков. Построение графиков выполняется на миллиметровой бумаге.

Отчет должен быть написан в хорошем стиле, аккуратным разборчивым почерком. При его оформлении не следует также пренебрегать и эстетической стороной вопроса. Схемы и графики чертятся карандашом под линейку, заголовки, выводы и формулы целесообразно выделять пастой другого цвета, подчеркнуть и т. п. Это облегчает чтение отчета.

**Для получения зачета** по текущей лабораторной работе студент должен также изложить теорию экспериментального метода и теорию изученного явления или соответствующего раздела физики (давая ответы на контрольные вопросы).

# 1. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №11

## Знакомство с теорией измерений

**Цель работы:** овладеть техникой измерения линейных размеров тел, изучить правила теории измерений и приобрести практические умения в оформлении и оценке результатов измерений.

### 1.1 Краткие теоретические сведения

Выполнение лабораторных работ сопровождается измерениями физических величин. Физическая величина является количественной мерой отдельных качеств физического явления или физического тела. Физические величины могут быть измерены. Измерить физическую величину означает сравнить ее с однородной ей величиной, которая выбрана в качестве единицы измерения.

$$a := \text{slope } (U, I), a = 0,477; R := \frac{1}{a}, R = 2,026;$$
$$b := \text{int intercept } (U, I), b = -1,905 \cdot 10^{-3};$$

Все единицы физических величин стандартизованы и сгруппированы в международную систему единиц **SI**, которая включает в себя основные и производные единицы. Основными являются те единицы, для которых существуют эталоны.

Основными единицами в механике являются: метр (**м**), килограмм (**кг**) и секунда (**с**); вспомогательными - радиан (**рад**), стерадиан (**ср**), остальные единицы производные.

**Прямыми** называется измерение, в результате которого искомое значение величины находят непосредственно с помощью измерительного прибора (микрометра, линейки, амперметра, термометра и т.п.).

**Косвенным** называется измерение, при котором искомое значение находят на основании известной зависимости между этой величиной и величинами, подвергаемыми прямым измерениям (пример – определение плотности тела по его геометрическим размерам и массе).

Измерения физических величин никогда не позволяют определять их истинные значения. Результат каждого измерения отличается от истинного значения измеряемой величины вследствие погрешностей измерения. Погрешности измерений по характеру и причинам их появления делятся на случайные, систематические и промахи.

**Систематические погрешности** приводят к одинаковому отклонению измеряемой величины от истинного значения при всех измерениях. Они возникают из-за использования неисправных измерительных приборов, неточных или упрощенных методов измерений.

Систематические погрешности могут быть исключены заменой неисправного прибора или уточнением метода.

**Промахи** характеризуются явным и лишенным физического смысла отклонением записанного значения от других результатов измерений. Эти значения не повторяются при повторных измерениях и должны после проверки отбрасываться.

**Случайные погрешности** характеризуются одинаковой вероятностью уменьшения и увеличения на одинаковую величину результата измерения по отношению к истинному значению измеряемой величины.

Случайные погрешности обусловлены несовершенством измерительных приборов и органов чувств экспериментатора, а также влиянием случайных факторов, учет которых невозможен. Они могут быть уменьшены, но полностью устраниТЬ их невозможно.

Благодаря тому, что случайные погрешности подчиняются законам вероятности, их можно учесть и определить пределы, в которых находится истинное значение измеренной величины. С этой целью приборы прямых измерений выбираются настолько чувствительные, чтобы измерения одной величины при неизменных условиях опыта давали отличающиеся результаты.

Пусть  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_N$  – значения величины  $a$ , полученные в результате серии измерений. Сделав достаточно большое число измерений, можно убедиться, что вероятности появления различных значений  $a$  отличаются и наиболее вероятным значением является арифметическое среднее:

$$\langle a \rangle = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_N}{N}. \quad (1.1)$$

Точность проведенных измерений характеризуется абсолютными погрешностями отдельных измерений, абсолютной и относительной погрешностями измеренной величины.

**Абсолютной погрешностью данного измерения** называется абсолютное значение разности среднего значения измеренной величины и результата данного измерения:

$$\left. \begin{aligned} \Delta a_1 &= |\langle a \rangle - a_1|, \\ \Delta a_2 &= |\langle a \rangle - a_2|, \\ &\dots, \\ \Delta a_n &= |\langle a \rangle - a_n|. \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

**Абсолютной погрешностью измеренной величины** называется среднее арифметическое абсолютных погрешностей всех измерений:

$$\Delta a = \frac{\Delta a_1 + \Delta a_2 + \Delta a_3 + \dots + \Delta a_N}{N}. \quad (1.3)$$

Если произведено только одно измерение или все измерения дали одинаковые результаты, абсолютная погрешность считается равной приборной погрешности.

**Приборная погрешность** определяется по классу точности прибора (электроизмерительные приборы) или приравнивается к половине цены наименьшего деления шкалы прибора.

**Относительной погрешностью измеренной величины** называется отношение абсолютной погрешности к среднему значению измеренной величины:

$$\varepsilon = \frac{\Delta a}{\langle a \rangle}. \quad (1.4)$$

Относительную погрешность в конечном результате измерений принято выражать в процентах, для чего она определяется по формуле

$$\varepsilon = \frac{\Delta a}{\langle a \rangle} \cdot 100\%. \quad (1.5)$$

Окончательный результат измерений записывается в виде

$$a = \langle a \rangle \pm \Delta a, \quad (1.6)$$

что является краткой формой записи выражения:

$$(\langle a \rangle - \Delta a) < a < (\langle a \rangle + \Delta a).$$

Предполагается, что истинное значение измеренной величины находится в указанном интервале.

Описанный выше метод определения погрешностей применяется также при косвенных измерениях, если они проводятся при изменяющихся условиях опыта.

Косвенные измерения предполагают, что некоторая величина  $x$  вычисляется по формуле

$$x = f(a, b, c, \dots), \quad (1.7)$$

где величины  $a, b, c, \dots$  - данные, полученные при прямых измерениях, справочные данные или же числовые коэффициенты. Эти величины, за исключением числовых коэффициентов, есть приближенные числа, поэтому и значение определяемой величины  $x$  также есть величина приближенная. В качестве наиболее вероятного значения вычисляемой величины  $\langle x \rangle$  принимается значение функции от измеренных величин:

$$\langle x \rangle = f (\langle a \rangle, \langle b \rangle, \langle c \rangle, \dots) \quad (1.8)$$

Погрешность косвенного измерения  $\Delta x$  есть следствие влияния на результат вычисления погрешностей аргументов, то есть величин  $\Delta a, \Delta b, \Delta c, \dots$ .

При вычислении погрешностей величин, полученных в косвенных измерениях, исходят из того, что они значительно меньше самих величин ( $\Delta a \ll \langle a \rangle, \Delta b \ll \langle b \rangle, \Delta c \ll \langle c \rangle, \dots$ ) и потому влияние их можно оценивать по законам дифференциального исчисления. Абсолютная погрешность величины  $x$  определяется по формуле дифференциала функции  $f(a, b, c, \dots)$ :

$$\Delta x = \left| \frac{\partial f}{\partial a} \right|_{\substack{a=\langle a \rangle \\ b=\langle b \rangle \\ c=\langle c \rangle}} da + \left| \frac{\partial f}{\partial b} \right|_{\substack{a=\langle a \rangle \\ b=\langle b \rangle \\ c=\langle c \rangle}} db + \left| \frac{\partial f}{\partial c} \right|_{\substack{a=\langle a \rangle \\ b=\langle b \rangle \\ c=\langle c \rangle}} + \dots, \quad (1.9)$$

где знаки модулей учитывают невозможность взаимного ослабления влияния случайных погрешностей аргументов функции. Вероятность взаимного усиления влияния равна вероятности его взаимного ослабления, и мы должны определять максимальную возможную погрешность.

Рассмотрим важные примеры применения формулы (1.9)

$$\left. \begin{aligned} x &= a + b, \\ \langle x \rangle &= \langle a \rangle + \langle b \rangle, \\ \Delta x &= \Delta a + \Delta b. \end{aligned} \right\} \quad (1.10)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= a - b, \\ \langle x \rangle &= \langle a \rangle - \langle b \rangle, \\ \Delta x &= \Delta a - \Delta b. \end{aligned} \right\} \quad (1.11)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= \ln(a), \\ \langle x \rangle &= \ln(\langle a \rangle), \\ \Delta x &= \frac{\Delta a}{\langle a \rangle} = \epsilon_a. \end{aligned} \right\} \quad (1.12)$$

Пример с формулами (1.12) показывает, что абсолютная погрешность натурального логарифма равна относительной погрешности его аргумента. Это позволяет использовать равенство логарифма произведения (отношения) алгебраической сумме логарифмов сомножителей (числителя и знаменателя) для нахождения с помощью формул (1.10), (1.11) и (1.12) относительных погрешностей произведения и дроби в примерах:

$$\left. \begin{aligned} x &= ab, \\ \langle x \rangle &= \langle a \rangle \langle b \rangle, \\ \boldsymbol{\varepsilon}_x &= \frac{\Delta x}{\langle x \rangle} = \frac{\Delta a}{\langle a \rangle} + \frac{\Delta b}{\langle b \rangle} = \boldsymbol{\varepsilon}_a + \boldsymbol{\varepsilon}_b. \end{aligned} \right\} \quad (1.13)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{a}{b}, \\ \langle x \rangle &= \frac{\langle a \rangle}{\langle b \rangle}, \\ \boldsymbol{\varepsilon}_x &= \frac{\Delta x}{\langle x \rangle} = \frac{\Delta a}{\langle a \rangle} + \frac{\Delta b}{\langle b \rangle} = \boldsymbol{\varepsilon}_a + \boldsymbol{\varepsilon}_b. \end{aligned} \right\} \quad (1.14)$$

При записи результаты измерений и вычислений следует округлять, оставляя в числах только те цифры, которые несут информацию.

**Значащими цифрами числа** называются все отличные от нуля цифры и все нули, слева от которых есть отличные от нуля цифры. Примеры:

- 3,1416 - пять значащих цифр;
- 450 - три значащих цифры;
- 0,045 - две значащих цифры;
- 0,0300 - три значащих цифры.

Значащие цифры результата измерения или вычисления разделяются на достоверные, недостоверные и сомнительные. Сомнительная цифра стоит в разряде, соответствующем старшему разряду абсолютной погрешности. Достоверные цифры стоят слева от нее, недостоверные – справа.

Правила округления:

- 1) Окончательный результат измерения или вычисления округляется до сомнительной цифры, недостоверные цифры отбрасываются.

- 2) Если первые две значащие цифры абсолютной погрешности в сумме больше пяти, она округляется с увеличением до одной значащей цифры. Если сумма равна пяти или меньше, округление производится с увеличением до двух значащих цифр.
- 3) Если округление результата и абсолютной погрешности должно производиться до разряда старшего, чем единицы, то в запись следует ввести множитель, т.е. использовать экспоненциальную форму записи чисел. Показатель степени  $N$  выбирается таким, чтобы результат имел порядок единицы. Результат и погрешность должны иметь одинаковый множитель, вынесенный при записи за скобку.
- 4) Множитель  $10^N$  с отрицательным показателем степени следует также использовать, если результат по величине меньше одной сотой, чтобы избежать записывания большого числа нулей, не являющихся значащими цифрами.
- 5) При записи промежуточных результатов вычислений число значащих цифр в них должно превышать максимальное число значащих цифр в исходных данных на два, остальные должны отбрасываться.
- 6) Абсолютная погрешность табличных значений физических и математических величин считается равной половине единицы младшего разряда (следствие правил округления). Абсолютная погрешность точно известных коэффициентов считается равной нулю.

Часто целью лабораторной работы является исследование зависимости одной физической величины от другой, которую целесообразно изобразить на графике.

При построении графиков необходимо соблюдать ряд правил:

- 1) На листе бумаги стандартного размера очертить поле графика, оставив по левую сторону 15-20 мм, снизу - 20-25 мм. Ограничивающие поле графика линии могут служить координатными осями.
- 2) На осях необходимо нанести масштабную сетку, указать единицы измерения и символы изображаемых величин. При этом обязательным является требование, чтобы график занимал по возможности полностью координатное поле. Иногда для этой цели бывает удобно сместить вдоль осей начало отсчета.

Масштаб по осям  $X$  и  $Y$  может быть различен.

- 3) Отложить на координатном поле все точки, которые отвечают экспериментальным значениям. Точки следует наносить с максимальной точностью так, чтобы они четко выделялись на фоне графика, не сливаясь с ним.
- 4) Построить плавную лекальную кривую, которая проходит максимально близко ко всем точкам. Убедиться, что данная кривая не противоречит физическому закону.

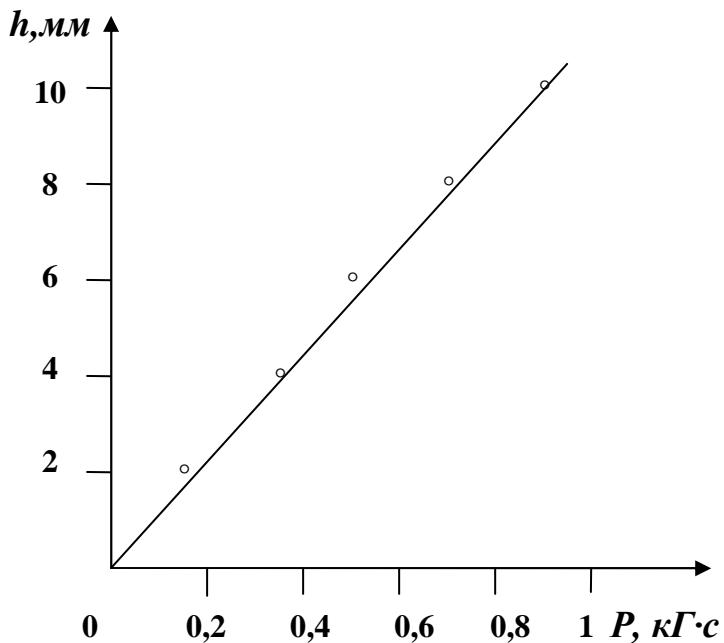


Рисунок 1.1 - Пример построения графика по экспериментальным точкам

## 1.2 Упражнения на закрепление навыков, умений работы с приближенными числами

### Задание 1. Правила работы с приближенными числами

- 1) В таблице 1.1 даны результаты и погрешности измерения. Выбрав свой вариант задания, округлить результат измерений и сделать его запись в стандартном виде.
- 2) Воспользовавшись вариантом из таблицы 1.2, определить погрешность записанного числа и найти приближенное значение заданного выражения.

**Таблица 1.1**

<b>№</b>	<b><math>x_1</math></b>	<b><math>x_2</math></b>	<b><math>x_3</math></b>	<b><math>\Delta x_1</math></b>	<b><math>\Delta x_2</math></b>	<b><math>\Delta x_3</math></b>
1	48,758	0,4897	5000	$\pm 0,57$	$\pm 0,0065431$	$\pm 898$
2	57,396	0,2645	6000	$\pm 0,51$	$\pm 0,0072241$	$\pm 454$
3	68,794	0,5678	7000	$\pm 0,73$	$\pm 0,0015237$	$\pm 391$
4	59,904	0,6778	8000	$\pm 0,62$	$\pm 0,0016371$	$\pm 451$
5	30,301	0,7891	9000	$\pm 0,31$	$\pm 0,0037213$	$\pm 991$
6	42,944	0,9871	10000	$\pm 0,92$	$\pm 0,0037313$	$\pm 392$
7	44,932	0,3456	1000	$\pm 0,63$	$\pm 0,0038413$	$\pm 464$
8	53,919	0,4567	2000	$\pm 0,47$	$\pm 0,0039141$	$\pm 596$
9	58,118	0,5781	3000	$\pm 0,42$	$\pm 0,0039942$	$\pm 696$
10	10,009	0,5671	4000	$\pm 0,36$	$\pm 0,0041444$	$\pm 796$
11	14,112	0,7764	5000	$\pm 0,24$	$\pm 0,0056789$	$\pm 888$
12	19,384	0,6631	16000	$\pm 0,32$	$\pm 0,0013456$	$\pm 858$
13	20,292	0,7131	17000	$\pm 0,44$	$\pm 0,0024213$	$\pm 799$
14	25,901	0,3161	18000	$\pm 0,99$	$\pm 0,0031414$	$\pm 561$
15	74,104	0,3269	19000	$\pm 0,47$	$\pm 0,0031418$	$\pm 459$
16	82,202	0,3368	15000	$\pm 0,39$	$\pm 0,0014148$	$\pm 779$
17	103,101	0,3468	14000	$\pm 0,05$	$\pm 0,0018191$	$\pm 768$
18	99,909	0,3596	13000	$\pm 0,74$	$\pm 0,0019191$	$\pm 661$
19	109,901	0,5771	12000	$\pm 0,11$	$\pm 0,0021901$	$\pm 899$
20	108,756	0,7157	11000	$\pm 0,94$	$\pm 0,0010901$	$\pm 669$
21	107,944	0,7761	11500	$\pm 0,34$	$\pm 0,0030133$	$\pm 559$
22	108,805	0,7651	11600	$\pm 0,29$	$\pm 0,0017771$	$\pm 668$
23	13,001	0,6157	11700	$\pm 0,14$	$\pm 0,0029193$	$\pm 761$
24	14,356	0,5731	11800	$\pm 0,91$	$\pm 0,0031414$	$\pm 999$
25	19,319	0,5738	11900	$\pm 0,84$	$\pm 0,0032122$	$\pm 861$
26	20,316	0,8167	12100	$\pm 0,77$	$\pm 0,0016119$	$\pm 558$
27	21,391	0,3391	13100	$\pm 0,39$	$\pm 0,0091327$	$\pm 341$
28	21,391	0,7196	14100	$\pm 0,45$	$\pm 0,0091327$	$\pm 532$
29	22,292	0,6671	15100	$\pm 0,39$	$\pm 0,0027327$	$\pm 339$
30	26,396	0,7382	16100	$\pm 0,42$	$\pm 0,0037372$	$\pm 724$
31	27,804	0,3776	17100	$\pm 0,37$	$\pm 0,0029237$	$\pm 560$
32	39,919	0,6226	18100	$\pm 0,02$	$\pm 0,0037129$	$\pm 932$

**Таблица 1.2**

<b>№</b>	<b>Найти погрешность</b>	<b>Вычислить</b>
1	$R=8,31 \text{ Дж/(К*моль)}$	$4 \cdot R \cdot 5,342 \cdot 2,43 \approx$
2	$k=1,38 \text{ Дж/К}$	$4k \cdot 6,824 \cdot 1,43 \approx$
3	$F=9,65 \cdot 10^7 \text{ Кл/моль}$	$2F \cdot 6,07 \cdot 1,277 \approx$
4	$e=1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$	$2e \cdot 3,101 \cdot 2,104 \approx$
5	$m_e=9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$	$2m_e \cdot 4,03 \cdot 2,102 \approx$
6	$c=3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$	$2c \cdot 11,103 \cdot 14,02 \approx$
7	$\sigma=5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/(м}^2\text{*К}^2\text{)}$	$\sigma \cdot 1,102 \cdot 10,3 \approx$
8	$b=2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м*K}$	$2b \cdot 1,102 \cdot 10,3 \approx$
9	$C_1=3,74 \text{ Вт*m}^2$	$2C_1 \cdot 3,144 \cdot 9,31 \approx$
10	$G=6,67 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3\text{/(кг*c}^3\text{)}$	$3G \cdot 5,894 \cdot 1,104 \approx$
11	$h=6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж*c}$	$4h \cdot 6,427 \cdot 0,89 \approx$
12	$N_A=6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}$	$5N_A \cdot 9,148 \cdot 0,191 \approx$
13	$\hbar=1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж*c}$	$\hbar \cdot 2,794 \cdot 1,883 \approx$
14	$R=2,07 \cdot 10^{-18} \text{ c}^{-1}$	$2R \cdot 9,199 \cdot 1,01 \approx$
15	$a=5,29 \cdot 10^{-11} \text{ м}$	$6a \cdot 8,169 \cdot 3,19 \approx$
16	$\lambda_c=2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$	$6\lambda_c \cdot 9,919 \cdot 1,101 \approx$
17	$e/m=1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$	$2e/m \cdot 4,199 \cdot 5,03 \approx$
18	$\mu_B=9,27 \cdot 10^{-24} \text{ Дж/Тл}$	$7\mu_B \cdot 9,144 \cdot 5,67 \approx$
19	$\epsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$	$8\epsilon_0 \cdot 6,667 \cdot 7,03 \approx$
20	$\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$	$10\mu_0 \cdot 3,966 \cdot 7,03 \approx$
21	$v_3=332 \text{ м/с}$	$2v_3 \cdot 6,293 \cdot 1,101 \approx$
22	$n_a=2,42$	$2n_a \cdot 7,372 \cdot 1,32 \approx$
23	$n_B=1,33$	$2n_B \cdot 8,974 \cdot 1,92 \approx$
24	$n_M=1,60$	$3n_M \cdot 1,199 \cdot 8,914 \approx$
25	$n_c=1,50$	$3n_c \cdot 2,199 \cdot 10,9 \approx$
26	$R_3=6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$	$2R_3 \cdot 2,6 \cdot 10,6 \approx$
27	$m_3=5,98 \cdot 10^{24} \text{ кг}$	$2m_3 \cdot 2,6 \cdot 10,66 \approx$
28	$R_{\text{сол}}=6,95 \cdot 10^8 \text{ м}$	$5R_{\text{сол}} \cdot 5,391 \cdot 6,1 \approx$
29	$m_{\text{сол}}=1,98 \cdot 10^{30} \text{ кг}$	$7m_{\text{сол}} \cdot 2,01 \cdot 3,111 \approx$
30	$R_{\text{Л}}=1,74 \cdot 10^6 \text{ м}$	$R_{\text{Л}} \cdot 2,713 \cdot 3,13 \approx$
31	$m_{\text{Л}}=7,33 \cdot 10^{22} \text{ кг}$	$2m_{\text{Л}} \cdot 7,824 \cdot 3,13 \approx$
32	$\epsilon_B=81$	$2\epsilon_B \cdot 3,465 \cdot 2,645 \approx$

## Задание 2. Построение графиков

Воспользовавшись правилами, приведенными выше, построить график зависимости  $I=f(U)$ , соответствующий своему варианту задания (таблица 1.3).

**Таблица 1.3**

<b>№</b>	<b>Значения для построения графиков</b>					
	I (A)	5	7	10	12	16
1	U (B)	30	37	50	67	80
	I (A)	5,1	7,1	7,9	9,5	10
2	U (B)	100	150	170	190	200
	I (A)	25,5	40,2	45,2	53	60
3	U (B)	50	80	90	110	120
	I (A)	7	10	12	16	15
4	U (B)	15	20	24	28	30
	I (A)	10	12	15	16	18
5	U (B)	20	26	30	31	36
	I (A)	8	12	13	15	15
6	U (B)	17	24	25	29	30
	I (A)	5	5,6	6,2	6,5	7,3
7	U (B)	100	110	125	130	145
	I (A)	5	6	8,2	9	12,1
8	U (B)	10	12	16	18	24
	I (A)	5	6,5	8,8	10	12,5
9	U (B)	11	13	17	20	25
	I (A)	6	6,5	11,5	12,5	14,7
10	U (B)	12	13	22	24	29
	I (A)	5	7,5	11,5	12,5	14,7
11	U (B)	10	15	22	30	32
	I (A)	7	9	9,1	14,5	20
12	U (B)	14	18	19	29	40
	I (A)	10,5	12	17	20	20
13	U (B)	21	25	34	39	40
	I (A)	10	13,5	20	23,5	28
14	U (B)	20	27	40	47	55

**Продолжение таблицы 1.3**

15	I (A)	20	25	37	47	50
	U (B)	40	50	70	90	100
16	I (A)	35	38	40	42	46
	U (B)	70	76	80	84	90
17	I (A)	35	39	46	48,5	50
	U (B)	70	78	90	97	100
18	I (A)	5	6	7,8	8,6	10
	U (B)	10	12	15	17	20
19	I (A)	17	18	19	21	23
	U (B)	34	36	39	42	45
20	I (A)	23	25	28	31	33
	U (B)	47	50	57	63	65
21	I (A)	2,5	3	3,3	3,6	3,9
	U (B)	50	60	66	70	76
22	I (A)	5	8,5	13	19	20
	U (B)	10	17	27	37	40
23	I (A)	7,5	8	10	10,5	12,5
	U (B)	15	17	19	21	25
24	I (A)	5,6	7	13	15	25
	U (B)	11	15	25	30	50
25	I (A)	3	6	7	8	10
	U (B)	7	12	15	17	20
26	I (A)	1,5	4	5	6	8
	U (B)	3	7	10	12	15
27	I (A)	5	6	8	8,5	9,5
	U (B)	100	120	150	170	180
28	I (A)	10	10,1	10,2	10,4	11
	U (B)	200	202	203	207	220
29	I (A)	5	5,5	6,7	6,8	7
	U (B)	106	110	130	135	140
30	I (A)	6,5	7	8	8,3	8,6
	U (B)	130	140	160	165	170
31	I (A)	8,5	9	10	10,3	10,5
	U (B)	170	180	200	205	210
32	I (A)	5	10,1	20,2	23	25
	U (B)	10	20	40	45	50

### Задание 3. Вычисление погрешностей прямых и косвенных измерений

Дано тело в виде параллелепипеда (рис. 1.2).

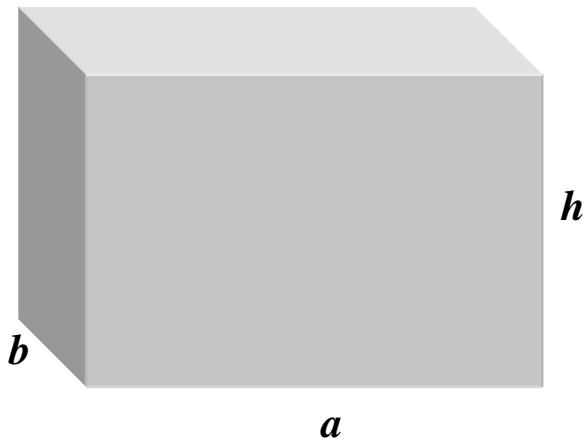


Рисунок 1.2

- 1) Измерить его линейные размеры с помощью штангенциркуля. Полученные значения длины  $a$ , ширины  $b$  и высоты  $h$  занести в табл. 1.4.
- 2) Вычислить среднее значение  $\langle a \rangle$ :

$$\langle a \rangle = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3}$$

и результат занести в табл. 1.4.

Таблица 1.4

<i>№ п/п</i>	<i>a</i>	<i>Δa</i>	<i>b</i>	<i>Δb</i>	<i>h</i>	<i>Δh</i>	<i>v</i>	<i>Δv</i>
1								
2								
3								
<i>Среднее</i>								

- 3) Рассчитать абсолютные погрешности прямых измерений длины:

$$\begin{aligned}\Delta a_1 &= | \langle a \rangle - a_1 | ; \\ \Delta a_2 &= | \langle a \rangle - a_2 | ; \\ \Delta a_3 &= | \langle a \rangle - a_3 | ,\end{aligned}$$

их среднее значение

$$\langle \Delta a \rangle = \frac{\Delta a_1 + \Delta a_2 + \Delta a_3}{3}$$

и результаты занести в табл. 1.4.

4) Рассчитать относительную погрешность:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_a = \frac{\langle \Delta a \rangle}{\langle a \rangle}.$$

5) Аналогично вычисление сделать для средних значений ширины  $\langle b \rangle$  и высоты  $\langle h \rangle$ , записывая результаты вычислений в табл. 1.4.

6) Записать результаты прямых измерений в виде:

$$a = \langle a \rangle \pm \langle \Delta a \rangle; \boldsymbol{\varepsilon}_a = \dots \% \dots$$

$$b = \langle b \rangle \pm \langle \Delta b \rangle; \boldsymbol{\varepsilon}_b = \dots \% \dots$$

$$h = \langle h \rangle \pm \langle \Delta h \rangle; \boldsymbol{\varepsilon}_h = \dots \% \dots$$

7) Вычислить значения объема параллелепипеда:

$$v = \langle a \rangle \langle b \rangle \langle h \rangle$$

и результат занести в табл. 1.4.

8) Вычислить относительную погрешность косвенных измерений объема:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta h}{h}.$$

9) Вычислить абсолютную погрешность вычисления объема:

$$\Delta v = \boldsymbol{\varepsilon} \langle v \rangle$$

и результат занести в табл. 1.4.

10) Записать значения объема в виде

$$v = \langle v \rangle \pm \langle \Delta v \rangle; \boldsymbol{\varepsilon} = \dots \% \dots$$

### 1.3 Контрольные вопросы

- 1 Сформулировать цель работы.
- 2 Что такое физическая величина и возможно ли измерять ее точное значение?
- 3 Какие погрешности измерений существуют?
- 4 Какие погрешности измерений называют случайными?
- 5 Что такое прямые и косвенные измерения и какие величины измерялись в работе как прямые, а какие как косвенные?
- 6 Что такое абсолютная и относительная погрешности измерений и как они находятся в прямых и косвенных измерениях?
- 7 Что такое стандартная форма записи результата и что она отображает?

## 2. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 12

### Изучение законов прямолинейного движения с помощью машины Атвуда

**Цель работы:** изучить законы кинематики материальной точки, ознакомиться с устройством и принципом действия машины Атвуда, определить путь и скорость равномерного движения грузов, определить путь, мгновенную скорость и ускорение при равноускоренном движении грузов машины Атвуда.

#### 2.1 Краткие теоретические сведения

**Механическим движением** называют изменение положения тела относительно других тел с течением времени. Определение положения движущегося тела относительно других тел в любой момент времени является основной задачей механики.

При описании механического движения, прежде всего, необходимо указать тело отсчета, т.е. тело, относительно которого рассматривается изменение положения движущегося тела. Затем необходимо выбрать способ определения положения тела относительно тела отсчета. Для решения этой задачи в механике вводятся математические модели материальной точки и абсолютно твердого тела. **Материальной точкой** называют тело, размерами которого в данных условиях можно пренебречь (например, в случае, когда размеры тела много меньше расстояний до других тел). При этом считают, что вся масса тела сосредоточена в одной точке. **Абсолютно твердым телом** называют тело, для которого расстояние между любыми двумя точками остается неизменным, т.е. в этом случае пренебрегают деформациями тела в процессе движения.

Положение движущейся материальной точки относительно точки отсчета определяют с помощью декартовой системы координат, начало которой связывают с телом отсчета. Тогда совокупность трех координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$  (или радиус-вектор  $\vec{r}$ ) однозначно определяет положение материальной точки в пространстве (рис.2.1,а). Положение абсолютно твердого тела задано, если известны координаты (или радиус-вектор  $\vec{r}$ ) одной из точек тела и ориентация этого тела относительно осей координат (углы  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  на рис. 2.1,б).

Тело отсчета, связанная с ним система координат и прибор для измерения времени (часы) образуют **систему отсчета**.

С помощью системы отсчета положение движущегося тела определяется полностью. При дальнейшем рассмотрении ограничимся изучением движения материальной точки.

Воображаемая линия, которую описывает материальная точка при движении, называется **траекторией**. Пусть материальная точка движется из начальной точки  $M_0$  в конечную точку  $M$  по кривой  $M_0M$ . Расстояние, пройденное материальной точкой по ее траектории, т.е. длину дуги  $M_0M$  называют **пройденным путем**, который обозначается буквой  $s$ . Вектор, проведенный из начальной точки траектории в конечную, называется **перемещением**. На рис. 2.1, а вектор перемещения обозначен как  $\Delta\vec{r}$ . Нетрудно видеть, что

$$\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_o .$$

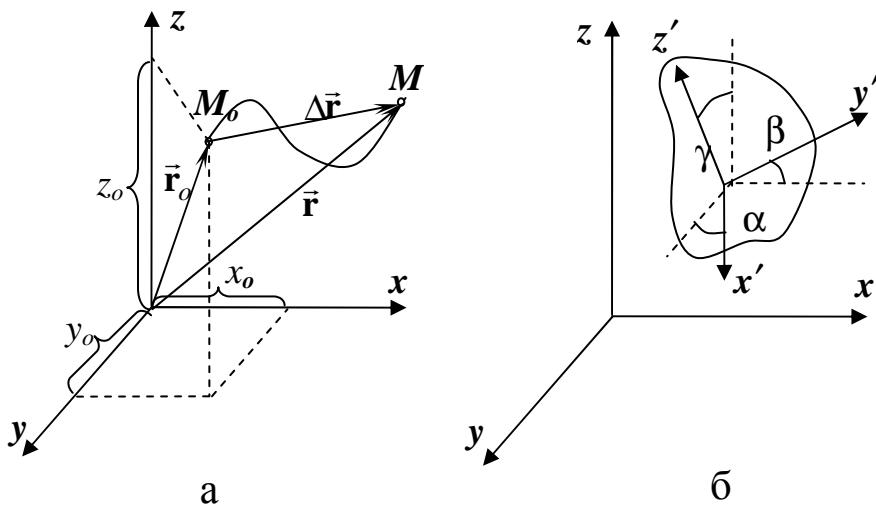


Рисунок 2.1

Длина (модуль) вектора перемещения  $|\Delta\vec{r}|$  в общем случае не равна пройденному пути. Эти величины совпадают только для прямолинейного движения без изменения направления движения. Из определения вектора перемещения имеем, что

$$\vec{r} = \vec{r}_o + \Delta\vec{r} ,$$

т.е. положение материальной точки в данной системе отсчета определено, если известны ее начальное положение – вектор  $\vec{r}_o$  и перемещение  $\Delta\vec{r}$ . Уравнения зависимости радиуса-вектора от времени  $\vec{r}(t)$  или, что то же самое, зависимости координат от времени:  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $z(t)$  - называют **кинематическими уравнениями движения** или просто **уравнениями движения**.

Изменение радиуса-вектора  $\vec{r}$  с течением времени описывают с помощью векторной величины, называемой мгновенной скоростью.

**Мгновенная скорость** – это предел, к которому стремится отношение перемещения  $\Delta \vec{r}$  к промежутку времени  $\Delta t$ , за которое это перемещение совершено, при стремлении  $\Delta t$  к нулю:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}.$$

Из курса математики известно, что такой предел представляет собой первую производную функции  $\vec{r}(t)$  по аргументу  $t$ . Поэтому

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}. \quad (2.1)$$

Отметим, что векторное уравнение (2.1) представляет собой символическую запись трех скалярных уравнений для проекций вектора скорости:

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt},$$

где  $x, y, z$  - координаты материальной точки, т. е проекции радиуса-вектора  $\vec{r}$  на оси декартовой системы координат. Величину (модуль) вектора скорости можно вычислить через проекции:

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} = \frac{\sqrt{ds^2}}{dt} = \frac{ds}{dt}$$

или как производную пройденного пути от времени (для бесконечно малого перемещения  $|\Delta \vec{r}| = ds$ ). Вектор  $\vec{v}$  направлен по касательной к траектории движения.

Если известна зависимость вектора скорости от времени, то радиус вектор материальной точки находится из уравнения (2.1) путем интегрирования:

$$\vec{r} = \vec{r}_o + \int \vec{v}(t) dt. \quad (2.2)$$

Для характеристики зависимости скорости от времени вводится вектор **ускорения**:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(\dot{\vec{r}}) = \ddot{\vec{r}}, \quad (2.3)$$

который показывает, как быстро изменяется скорость движения. По известному ускорению материальной точки можно найти мгновенную скорость:

$$\vec{v} = \vec{v}_o + \int \vec{a}(t) dt, \quad (2.4)$$

где  $\vec{v}_o$  - скорость в начале наблюдения (начальная скорость).

Формулы (2.4), (2.2) решают основную задачу механики в рамках кинематики. Проиллюстрируем это на конкретных примерах.

### 1) Равномерное прямолинейное движение

**Равномерным прямолинейным движением** называется движение, при котором и величина и направление вектора скорости остаются постоянными:  $\vec{v} = \text{const}$ . Тогда из уравнения (2.2) получаем:

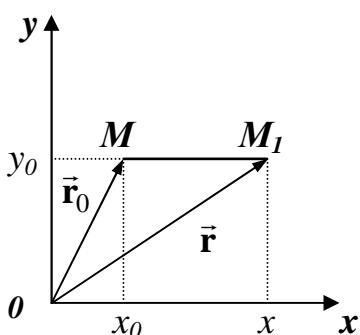


Рисунок 2.2

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v} \int dt = \vec{r}_0 + \vec{v}t. \quad (2.5)$$

Отметим, что при прямолинейном движении направление одной из координатных осей декартовой системы координат удобно выбирать совпадающим с направлением движения. Тогда при движении тела изменяется только одна координата, а две другие остаются постоянными (рис. 2.2).

В проекциях на оси координат уравнение (2.5) примет вид:

$$\begin{cases} x = x_0 + v_x t, \\ y = y_0, \\ z = z_0. \end{cases} \quad (2.5a)$$

Формулы (2.5а) решают основную задачу механики в случае равномерного прямолинейного движения. Из уравнения (2.5) находим вектор перемещения:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{v} t,$$

а из формул (2.5 а) – его проекции на оси координат:

$$\Delta x = x - x_0 = v_x t.$$

Нетрудно видеть, что в этом движении модуль вектора перемещения равен пройденному пути:

$$|\Delta \vec{r}| = |\Delta x| = v t = s.$$

### 2) Равнопеременное прямолинейное движение

**Равнопеременным** называют движение, при котором величина и направление вектора ускорения не изменяются с течением времени:  $\vec{a} = \text{const}$ . Из уравнения (2.4) находим зависимость вектора скорости от времени:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} \int dt = \vec{v}_0 + \vec{a} t \quad (2.6)$$

Из формулы (2.6) видно, что для того, чтобы движение было прямолинейным, векторы  $\vec{v}_0$  и  $\vec{a}$  должны быть направлены вдоль одной прямой.

Если  $\vec{v}_o$  и  $\vec{a}$  направлены одинаково, то модуль скорости увеличивается:

$$v = v_o + at$$

и движение называется **равноускоренным**. При противоположном направлении векторов  $\vec{v}_o$  и  $\vec{a}$  величина скорости уменьшается:

$$v = |v_o - at|,$$

а движение называют **равнозамедленным**.

Подставив выражение (2.6) в формулу (2.2), получим зависимость радиуса-вектора от времени:

$$\vec{r} = \vec{r}_o + \int (\vec{v}_o + \vec{a}t) dt = \vec{r}_o + \vec{v}_o t + \frac{\vec{a}t^2}{2}. \quad (2.7)$$

Формула (2.7) дает решение основной задачи механики для равнопеременного движения. Перемещение материальной точки

$$\Delta \vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_o = \vec{v}_o + \frac{\vec{a}t^2}{2}. \quad (2.8)$$

Модуль вектора перемещения совпадает с пройденным путем, если не изменяется направление движения:

$$|\Delta \vec{r}| = s = v_o t \pm \frac{at^2}{2},$$

где знак «+» берется для равноускоренного движения, а знак «-» - для равнозамедленного.

## 2.2 Описание установки и метода измерений

Для измерений параметров движения в данной работе используется машина Атвуда (рис. 2.3).

Основой машины является корпус 1, на котором размещена шкала с сантиметровыми делениями. В верхней части корпуса крепится блок 2, через который перекинута нить с грузами 3, уравновешивающими один другого. На грузах изображены буквы П - правый и Л - левый. Необходимо придерживаться такого расположения грузов. Масса правого груза несколько больше массы левого, что позволяет компенсировать действие силы трения в блоке, благодаря чему грузы двигаются равномерно.

На корпусе находится подвижное кольцо 4, которое может быть закреплено в произвольном месте шкалы. На нем вмонтирован разомкнутый электрический контакт, включенный в электрическую цепь электронного секундометра.

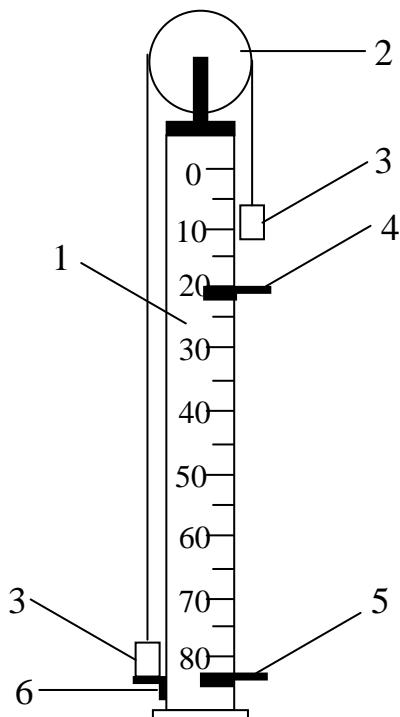


Рисунок 2.3

При замыкании контакта включается электронный секундомер, начиная отсчет времени. На корпусе закреплены также приемный столик 5 и упор 6 для левого груза. Приемный столик может перемещаться вдоль шкалы и фиксироваться в произвольном месте шкалы. В него вмонтирован выключатель электронного секундомера, который срабатывает от удара во время приема груза. К установке прилагается перегрузок в виде латунного диска с разрезом. Перегрузок размещается на правом грузе и во время прохождения кольца 4 остается на поверхности кольца, замыкая контакт для включения электронного секундомера.

Под действием перегрузки грузы двигаются равноускоренно. При прохождении кольца 4 перегрузок снимается, и грузы продолжают равномерное движение со скоростью, которую они приобрели за время ускоренного движения. Одновременно включается секундомер, который измеряет время равномерного движения между кольцом 4 и столиком 5.

Установка позволяет измерять путь  $s_1$  укореного движения от нулевого деления шкалы до деления, которое соответствует положению верхнего кольца 4, путь  $s_2$  и время  $t_2$  равномерного движения между кольцом 4 и столиком 5. Соответственно вычисляется скорость равномерного движения:

$$v_2 = \frac{s_2}{t_2}. \quad (2.9)$$

Эта скорость является также максимальной скоростью равноускоренного движения на пути  $s_1$ :

$$v_1=v_2.$$

Так как это движение без начальной скорости  $v_0=0$ , то

$$v_1=v_2=at_1;$$

$$s_1 = \frac{at_1^2}{2},$$

где  $t_1$  – неизвестное время на пути  $s_1$ . Из этих формул находим, что

$$t_1 = \frac{v_1}{a}, \quad (2.10)$$

$$s_1 = \frac{av_2^2}{2a^2} = \frac{v_1^2}{2a},$$

или с учетом формулы (2.9)

$$s_1 = \frac{s_2^2}{2at_2^2},$$

откуда следует, что

$$a = \frac{s_2^2}{2s_1t_2^2}. \quad (2.11)$$

Формулы (2.10) и (2.11) являются расчетными для вычисления времени и ускорения в равноускоренном движении.

### 2.3 Порядок выполнения работы

#### Задание 1. Изучение равномерного движения

- 1 Закрепить подвижное кольцо на расстоянии 0,10 м от начала шкалы.
- 2 Закрепить приемный столик на расстоянии 0,23 м от начала шкалы и убедиться, что верхняя грань груза, который стоит на приемном столике, находится на расстоянии 0,20 м от начала шкалы и 0,10 м от подвижного кольца. Занести в таблицу 2.1 путь равномерного движения груза  $s=0,10$  м.
- 3 Установить правый груз таким образом, чтобы его верхняя грань находилась против нулевой отметки шкалы. Нагрузить его перегрузком и успокоить колебания груза. Включить электронный секундомер и подготовить его к работе, воспользовавшись переключателем с надписью «сброс». Левый груз удерживается на упоре 6 (см. рис 2.3).

**Таблица 2.1**

<i>№</i>	<i>s.</i>	<i>t.</i>	<i>v.</i>	$\Delta v.$
1				
2				
3				
4				
5				
<i>Среднее</i>				

- 4 Освободить грузы и наблюдать за движением. После прохождения правого груза через кольцо 5 должен включиться секундомер, после удара груза о приемный столик 5 секундомер должен выключиться, останавливая отсчет времени. Если не произойдет нормального включения и выключения секундометра, проверить контакты и повторить эксперимент. Если секундомер срабатывает нормально, занести время движения груза в таблицу 2.1.
- 5 Сместить вниз приемный столик на 0,10 м и, повторяя действия пп. 2...4 соответственно для  $s = 0,30, 0,40, 0,50$  м, результаты измерений записать в соответствующие места таблицы 2.1.
- 6 Вычислить по формуле (2.9) скорость равномерного движения для каждого из исследуемых путей. Теоретически это должен быть один и тот же результат. Найти его среднее значение как среднее арифметическое полученных значений скоростей.
- 7 Вычислить абсолютные погрешности для каждого из значений скорости и их среднее значение. Вычислить относительную погрешность.
- 8 Записать результат измерения скорости в стандартной форме.
- 9 Построить графики зависимости пути равномерного движения от времени.

## **Задание 2. Изучение закономерностей равноускоренного движения**

- 1 Установить приемный столик на расстоянии 0,83 м от начала шкалы, что соответствует отсчету времени на конечной точке шкалы, верхней грани груза. Проверить справедливость этого.
- 2 Зафиксировать подвижное кольцо на расстоянии 0,10 м от начала шкалы. Проверить действие контактов. Занести в таблицу 2.2 соответственно значения путей  $s_1 = 0,10$  м, пройденного при ускоренном движении, и  $s_2 = 0,70$  м, пройденного при равномерном движении.
- 3 Зафиксировать упор 6 (см. рис. 2.3), таким образом, чтобы при нажатии на него левого груза верхняя грань правого находилась на нулевой отметке шкалы. Удерживая левый груз на упоре, поместить перегрузок на правом грузе. Успокоить колебания груза и сделать сброс показаний на электронном секундомере.

**Таблица 2.2**

<i>№ п/п</i>	<i>s<sub>2</sub>, м</i>	<i>t<sub>2</sub>, с</i>	<i>V<sub>2</sub>, м/с</i>	<i>s<sub>1</sub>, м</i>	<i>t<sub>1</sub>, с</i>	<i>a, м/с<sup>2</sup></i>	<i>Δa, м/с<sup>2</sup></i>
1							
2							
3							
4							
5							
<i>Среднее</i>							

- 4 Освободить грузы и наблюдать их движение. По окончании записать время  $t_2$  равномерного движения в таблицу 2.2.
- 5 Перемещая подвижное кольцо, провести соответствующие опыты для  $s_1 = 0,20$  м,  $s_2 = 0,60$  м;  $s_1 = 0,30$  м,  $s_2 = 0,50$  м;  $s_1 = 0,40$  м,  $s_2 = 0,40$  м. Соответствующие данные и результаты измерения времени  $t_2$  равномерного движения на пути  $s_2$  занести в таблицу 2.2.
- 6 Вычислить скорость равномерного движения  $v_2$  (она же конечная скорость равноускоренного движения) по формуле (2.9).
- 7 Вычислить ускорение  $a$  равноускоренного движения по формуле (2.11). Теоретически вы должны получить одинаковое ускорение для всех пяти случаев, т.к. ускоряющий перегрузок во всех опытах один и тот же. Рассчитать среднее значение ускорения  $a$  как среднее арифметическое его значений. Данные занести в таблицу 2.2.
- 8 Вычислить абсолютные погрешности измерения ускорения как погрешности прямых измерений, среднее значение погрешностей и относительную погрешность измерений.
- 9 Записать значение ускорения в стандартной форме.
- 10 Определить время ускоренного движения по формуле (2.10) и занести его в таблицу 2.2.
- 11 Построить графики зависимостей мгновенной скорости  $v_2$  и пути  $s_2$  от времени движения  $t_2$ .

## 2.4 Контрольные вопросы

- 1 Сформулировать цель работы.
- 2 Что называют механическим движением?
- 3 В чем заключается основная задача механики? Что означает изучить механическое движение с точки зрения классической механики?
- 4 В чем заключается принцип независимости движений, в чем его ценность?
- 5 Что такое материальная точка? Как можно задать положение материальной точки в пространстве?
- 6 Дать определение радиус-вектора, перемещения, скорости и ускорения движения материальной точки. Как они связаны между собой?
- 7 Какое движение называют равнопеременным? Запишите формулы, описывающие равнопеременное движение.
- 8 Поясните устройство машины Атвуда. Как можно ее использовать для изучения равномерного и равнопеременного движения? Выведите расчетные формулы (2.9), (2.10) и (2.11).
- 9 Что такое абсолютная и относительная погрешность измерений и почему, на ваш взгляд, абсолютные погрешности скорости и ускорения вычисляются как погрешности прямых измерений в проведенных исследованиях?

### **3. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №14**

#### **Определение момента инерции маховика**

**Цель работы:** изучить законы кинематики и динамики вращательного движения, установить зависимость углового ускорения от момента силы, определить момент инерции маховика.

#### **3.1 Краткие теоретические сведения**

**Абсолютно твердым телом** называется тело, деформацией которого в условиях данной задачи можно пренебречь. Расстояние между любыми двумя точками абсолютно твердого тела не изменяется при его движении.

**Поступательным движением** твердого тела называется такое его движение, при котором любая прямая, жестко связанная с телом, остается параллельной самой себе. При поступательном движении векторы скорости и ускорения всех точек твердого тела совпадают. Для описания поступательного движения твердого тела достаточно описать движение одной его точки (обычно выбирается центр масс).

**Вращательным движением** твердого тела называется такое его движение, при котором все точки тела движутся по дугам окружностей, а центры всех окружностей лежат на одной прямой, которая называется **осью вращения**.

Всякое сложное движение твердого тела можно разложить на поступательное и вращательное. При этом ось вращения можно провести через любую точку тела (чаще всего она проводится через центр масс). Направление оси вращения при произвольном движении может изменяться, положение ее в каждый момент времени называется **мгновенной осью вращения**.

Твердое тело, вращающееся вокруг неподвижной оси, имеет одну степень свободы. Его положение в пространстве полностью определяется величиной  **$\phi$  - углом поворота** из начального положения. В кинематике вращательного движения угол поворота тела считается вектором, с его помощью задается направление оси вращения.

Вращательное движение в каждый момент времени характеризуется **угловой скоростью**, которая равна первой производной угла поворота по времени:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}. \quad (3.1)$$

Как и угол поворота, угловая скорость считается вектором, направленным вдоль оси вращения. Векторы угла поворота и угловой скорости направлены вдоль оси так, чтобы из их концов вращение тела было видно происходящим против движения часовой стрелки, т.е. в соответствии с *правилом правого винта или буравчика*, (рис..3.1).

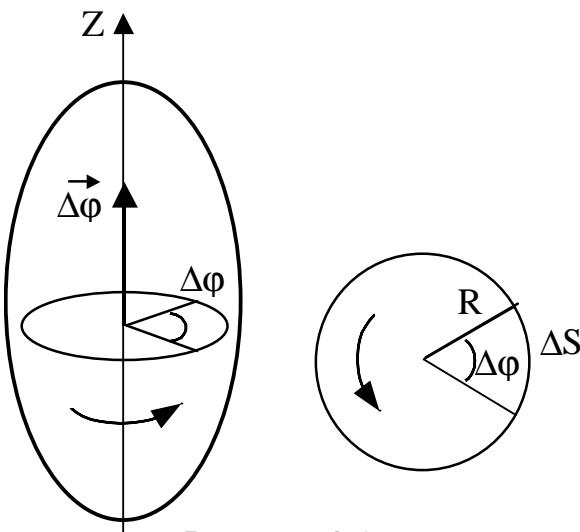


Рисунок 3.1

полный оборот ( $\varphi=2\pi$ ):

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (3.3)$$

### *Частота вращения*

$$n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (3.4)$$

показывает число оборотов, совершаемых телом за единицу времени при равномерном вращении.

При неравномерном вращении тела вокруг неподвижной оси его движение характеризуется также *угловым ускорением*

$$\epsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \quad (3.5)$$

Угловое ускорение тоже считается вектором, направленным вдоль оси вращения. Его направление совпадает с направлением угловой скорости, если она увеличивается, и противоположно, если угловая скорость уменьшается.

**Равнопеременное вращение** тела наблюдается, если численное значение его углового ускорения не изменяется с течением времени, т.е.  $\varepsilon = \text{const}$ . В этом случае зависимость от времени угловой скорости и угла поворота задается формулами:

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t, \quad (3.6)$$

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}, \quad (3.7)$$

где  $\omega_0$  – значение угловой скорости в нулевой момент времени.

Величина линейной скорости произвольной точки твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси, может быть определена по формуле

$$v = \omega R, \quad (3.8)$$

где  $R$  – расстояние от точки до оси вращения. Направлена скорость по касательной к окружности, которую описывает точка. Величины тангенциального и нормального ускорений:

$$a_\tau = \varepsilon R, \quad (3.9)$$

$$a_n = \omega^2 R. \quad (3.10)$$

**Моментом силы**  $\vec{F}$  относительно неподвижной точки (начала отсчета) называется векторная величина  $\vec{M}$ , равная векторному произведению радиуса-вектора точки приложения силы  $\vec{F}$  на эту силу.

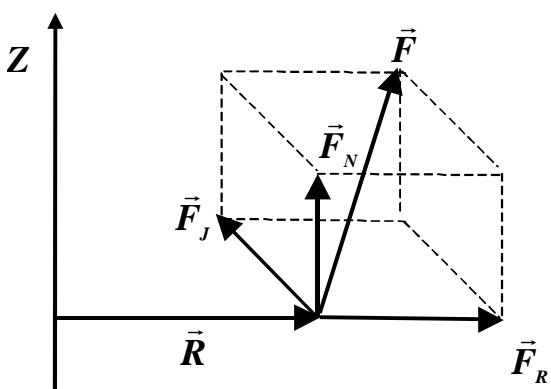


Рисунок 3.2

определяется формулой

$$M_z = RF_\tau, \quad (3.11)$$

где  $R$  – расстояние от оси до точки приложения силы,  $F_\tau$  – составляющая силы, перпендикулярная оси и отрезку  $R$  (рис. 3.2).

**Моментом импульса материальной точки** относительно неподвижной точки (начала отсчета) называется векторная величина  $\vec{L}$ , равная векторному произведению радиуса-вектора  $\vec{r}$ , определяющего положение материальной точки, на ее импульс.

**Моментом импульса системы материальных точек** относительно неподвижной точки (начала отсчета) называется векторная сумма моментов импульса относительно этой точки всех материальных точек системы.

**Моментом импульса системы материальных точек** относительно неподвижной оси  $Z$  называется скалярная величина  $L_Z$ , равная проекции на эту ось вектора  $\vec{L}$  момента импульса системы относительно произвольной точки оси. Значение момента  $L_Z$  не зависит от выбора положения точки на оси.

Производная момента импульса системы материальных точек по времени равна суммарному моменту внешних сил, действующих на систему.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}. \quad (3.12)$$

Векторное соотношение (3.12) сохраняет свою силу и для проекций векторов на ось вращения  $Z$ .

Абсолютно твердое тело при описании его вращательного движения разделяется мысленно на столь малые части, что их можно считать материальными точками. Движение его описывается как движение системы материальных точек, все расстояния между которыми остаются неизменными. Для такой системы можно определить **момент инерции** относительно неподвижной оси вращения  $Z$  по формуле

$$J_z = \sum_{i=1}^N m_i R_i^2, \quad (3.13)$$

где  $m_i$  – масса  $i$ -ой части системы;  $R_i$  – расстояние от нее до оси вращения.

В случае твердого тела сумма преобразуется в интеграл по объему тела

$$J_z = \int_V R^2 \rho dV, \quad (3.14)$$

где  $\rho$  - плотность вещества. Момент инерции тела относительно произвольной оси можно выразить через момент инерции его относительно оси, проходящей через центр масс и параллельной данной, с помощью **теоремы Штейнера**:

$$J_z = J_c + md^2, \quad (3.15)$$

где  $J_c$  – момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс;  $m$  – масса тела;  $d$  – расстояние между осями. В табл. 3.1 приведены моменты инерции ряда симметричных тел, определенных по формуле (3.13).

**Таблица 3.1**

<i>Тело</i>	<i>Положение оси Z</i>	<i>Момент инерции J<sub>z</sub></i>
Полый тонкостенный цилиндр радиуса $R$ и массы $m$	Ось цилиндра	$mR^2$
Сплошной цилиндр (диск) радиуса $R$ и массы $m$	Ось цилиндра	$\frac{1}{2}mR^2$
Шар радиуса $R$ и массы $m$	Ось, проходящая через центр шара	$\frac{2}{5}mR^2$
Тонкостенная сфера радиуса $R$ и массы $m$	Ось, проходящая через центр сферы	$\frac{2}{3}mR^2$
Прямой тонкий стержень длины $l$ и массы $m$	Ось, перпендикулярная стержню и проходящая через его середину	$\frac{1}{12}ml^2$
Прямой тонкий стержень длины $l$ и массы $m$	Ось, перпендикулярная стержню и проходящая через его конец	$\frac{1}{3}ml^2$

Через момент инерции может быть выражен момент импульса вращающегося твердого тела относительно оси вращения  $Z$ , он равен:

$$L_z = J_z \omega. \quad (3.16)$$

Подстановка выражения (3.16) в формулу (3.12) позволяет получить **основной закон динамики вращательного движения**:

$$\varepsilon = \frac{M_z}{J_z}, \quad (3.17)$$

соответствующий второму закону Ньютона для поступательного движения. Твердое тело, совершающее вращательное движение, обладает кинетической энергией:

$$T = \frac{J_z \omega^2}{2}. \quad (3.18)$$

### 3.2 Описание установки и метода измерений

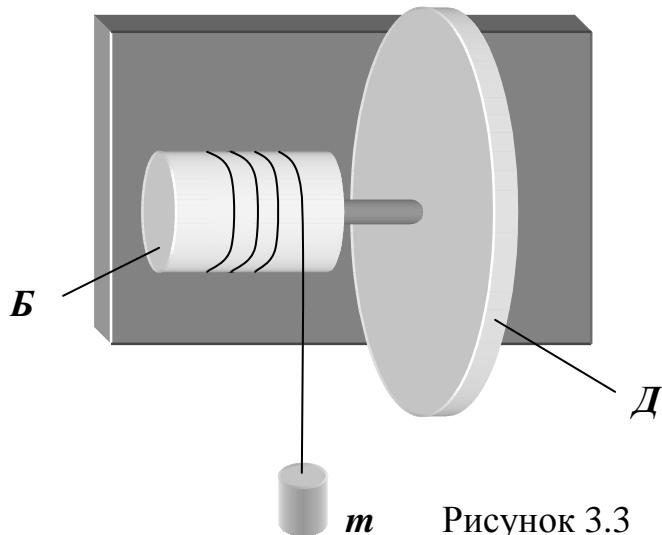


Рисунок 3.3

наматывается нить. Один конец нити прикрепляется к барабану, к другому концу подвешивается груз массой  $m$ , приводящий всю систему в равноускоренное движение. Величина углового ускорения маховика определяется основным законом динамики вращательного движения (3.17).

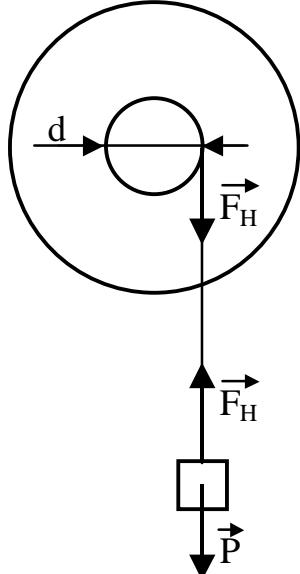


Рисунок 3.4

Непосредственно на барабан (рис. 3.4) действует сила натяжения  $F_H$ , момент которой относительно оси вращения

$$M_H = F_H R = \frac{F_H d}{2}, \quad (3.19)$$

где  $d$  – диаметр барабана. Кроме того, в подшипниках действует сила трения, момент которой  $M_{TP}$  направлен в противоположную сторону по отношению к  $M_H$ . Суммарный момент сил относительно оси вращения:

$$M_Z = M_H + M_{TP}. \quad (3.20)$$

Из выражений (3.20) и (3.17) можно получить формулу для определения момента инерции:

$$J_z = \frac{M_i - I_{\ddot{\alpha}}}{\varepsilon}. \quad (3.21)$$

Груз движется с ускорением  $a$ , которое можно определить, измеря время опускания  $t$  грузов с высоты  $h$ :

$$a = \frac{2h}{t^2}. \quad (3.22)$$

По второму закону Ньютона  $ma = P - F_H$ , где  $P$  – величина веса груза, равная  $mg$ . Отсюда следует, что величина силы натяжения  $F_H = m(g - a)$ , момент этой силы задается формулой

$$M_H = \frac{m(g-a)d}{2}. \quad (3.23)$$

Ускорение груза  $a$  равно по величине тангенциальному ускорению всех точек поверхности барабана, на который намотана нить. Это позволяет по формуле (3.9) найти угловое ускорение барабана и маховика:

$$\varepsilon = \frac{a}{R} = \frac{2a}{d}. \quad (3.24)$$

### 3.3 Порядок выполнения работы

- 1 Измерить штангенциркулем и записать величину диаметра барабана  $d$ .
- 2 Прикрепить к свободному концу нити груз массой 0,050 кг и установить его с помощью линейки на высоте  $h = 1,00$  м от пола. Измерить время  $t$  опускания груза с этой высоты, включая секундомер в момент освобождения груза и выключая его в момент касания пола. Результат записать в табл. 3.2.

**Таблица 3.2**

№	$m, \text{ кг}$	$t, \text{ с}$	$a, \text{ м/с}^2$	$M_H, \text{Н·м}$	$\varepsilon, \text{рад/с}^2$	$J_\varphi, \text{кг}\cdot\text{м}^2$	$\Delta J_\varphi, \text{кг}\cdot\text{м}^2$
1	0,050						
2	0,100						
3	0,150						
4	0,200						
5	0,250						
6	0,300						
<i>Cp.</i>							

- 3 Описанные в пункте 2 измерения повторить для грузов с массами, заданными в табл. 3.2. Полученные значения  $t$  записать в табл. 3.2.
- 4 По формуле (3.22) вычислить шесть значений ускорения грузов и записать их в табл. 3.2.
- 5 По формуле (3.23) вычислить шесть значений момента силы натяжения  $M_H$  и записать их в табл. 3.2.
- 6 По формуле (3.24) вычислить шесть значений углового ускорения маховика  $\varepsilon$  и записать их в табл. 3.2.

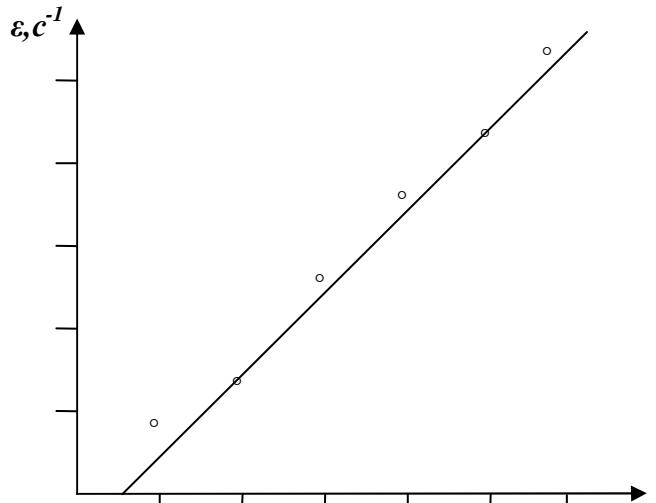


Рисунок 3.5

- 7 Построить график зависимости углового ускорения  $\varepsilon$  от момента силы натяжения  $M_H$  (образец приведен на рис.3.5). Продолжить прямую графика до пересечения с осью  $M_H$ , точка пересечения соответствует величине момента силы трения  $M_{TP}$ . Записать его значение.
- 8 По формуле (3.21) вычислить шесть значений момента инерции вращающейся системы  $J_Z$ , записать их в табл. 3.2.
- 9 Закончить заполнение табл. 3.2 , вычислив и вписав в нее среднее значение момента инерции  $J_Z$  , абсолютные погрешности шести измерений момента инерции, среднюю абсолютную погрешность.
- 10 Вычислить относительную погрешность определения момента инерции  $J_Z$ , записать окончательный результат определения  $J_Z$  в стандартной форме.
- 11 Измерить диаметр и толщину маховика , вычислить его момент инерции по формуле из табл. 3.1. Плотность стали принять равной  $7,85 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ . Сравнить результат вычислений с результатом измерений.

### 3.4 Контрольные вопросы

- 1 Что называется абсолютно твердым телом?
- 2 Какие движения может совершать абсолютно твердое тело?
- 3 Какое движение называется вращательным?
- 4 Какие величины характеризуют вращательное движение?
- 5 Что называется углом поворота?

- 6 Что называется угловой скоростью?
- 2 Чем отличается угловая скорость от средней угловой скорости?
- 3 Как зависит угол поворота от времени при равномерном вращательном движении?
- 4 Что называется угловым ускорением?
- 5 От чего зависят угловая скорость и угол поворота при равнопеременном вращательном движении?
- 6 Как связаны линейные скорости точек твердого тела с угловыми скоростью и ускорением?
- 7 Что называется моментом силы и моментом импульса относительно начала координат? Как они связаны?
- 8 Что называется моментом силы и моментом импульса относительно оси вращения?
- 9 Что такое момент инерции? Как он связан с моментом импульса?
- 10 Сформулировать основной закон вращательного движения.
- 11 Чему равна кинетическая энергия вращающегося тела?
- 12 Почему сила натяжения, раскручивающая маховик, отличается от веса груза?
- 13 Какие изменения энергии происходят в процессе раскручивания маховика?
- 14 По каким формулам определяется абсолютная погрешность отдельного измерения, средняя абсолютная погрешность, относительная погрешность измеренной величины?
- 15 Сколько значений относительной погрешности следует вычислить?
- 16 Сформулировать правила округления и записи конечного результата измерений и его абсолютной погрешности.

## 4. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 15

### Определение ускорения свободного падения с помощью оборотного маятника

**Цель работы:** изучить закономерности свободных гармонических колебаний, определить ускорение свободного падения.

#### 4.1 Краткие теоретические сведения

##### *Основные понятия теории колебаний*

Колебаниями называют процессы, обладающие той или иной степенью повторяемости во времени. В зависимости от физической природы этих процессов различают колебания: механические, электромагнитные, электромеханические и др. Объединяют эти разнообразные процессы общность закономерностей протекания и общность математического описания.

По способу передачи энергии телу, которое совершает колебания, различают колебания: свободные, вынужденные и автоколебания. Колебания называют свободными, если они совершаются под действием внутренних сил, возникающих при выведении системы из положения равновесия. Отметим, что свободные колебания возникают в окрестности устойчивого положения равновесия, которому соответствует минимум потенциальной энергии системы.

Колебания, в которых состояние колебательной системы повторяется через равные промежутки времени, называются периодическими. Время одного полного колебания называется периодом и обозначается буквой  $T$ , а величина, обратная периоду, которая определяет число полных колебаний в единицу времени, - линейной частотой колебания:  $\nu = 1/T$ . Линейная частота измеряется в герцах (Гц).

Простейшим типом колебаний являются гармонические колебания. Произвольный периодический процесс может быть представлен как суперпозиция (наложение) гармонических колебаний. Гармоническими называют колебания, в которых характеристики процесса изменяются по гармоническому закону (синуса или косинуса):

$$x = A \cos(\omega t + \alpha), \quad (4.1)$$

где  $x$  - значение переменной величины в момент времени  $t$ ;  $A$  - ее максимальное значение (амплитуда колебаний);  $(\omega t + \alpha)$  - фаза колебаний;  $\alpha$  - начальная фаза;  $\omega$  - циклическая частота.

Линейная частота и период связаны с циклической частотой соотношением

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu .$$

Рассмотрим кинематику и динамику материальной точки, совершающей гармонические колебания. С помощью уравнения движения (4.1) можно определить скорость и ускорение колеблющейся точки:

$$V_x = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \alpha) = -V_{max} \sin(\omega t + \alpha), \quad (4.2)$$

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \alpha) = -a_{max} \cos(\omega t + \alpha), \quad (4.3)$$

где  $V_{max} = A\omega$  - амплитуда скорости;  $a_{max} = A\omega^2$  - амплитуда ускорения.

Сравнение выражений (4.3) и (4.1) приводит к выводу, что

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x . \quad (4.4)$$

По второму закону Ньютона с учетом соотношения (4.4) получаем, что материальная точка совершает гармонические колебания вдоль оси Ох, если проекция на нее равнодействующей подчиняется закону

$$F_x = ma_x = -m\omega^2 x = -kx, \quad (4.5)$$

то есть закону упругих сил. Если проекция силы подчиняется закону (4.5), но по своей природе сила не упругая, то ее называют квазиупругой. Таким образом, гармонические колебания возникают под действием упругих или квазиупругих сил. Величину  $k = m\omega^2$  называют коэффициентом упругости (жесткости).

Уравнение (4.5) есть дифференциальное уравнение второго порядка, решениями которого являются гармонические функции (4.1), и поэтому его называют дифференциальным уравнением гармонических колебаний. В обычной форме оно записывается так:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad \text{или} \quad \ddot{x} + \omega^2 x = 0 . \quad (4.6)$$

Материальная точка массой  $m$ , совершающая гармонические колебания, имеет кинетическую и потенциальную энергии:

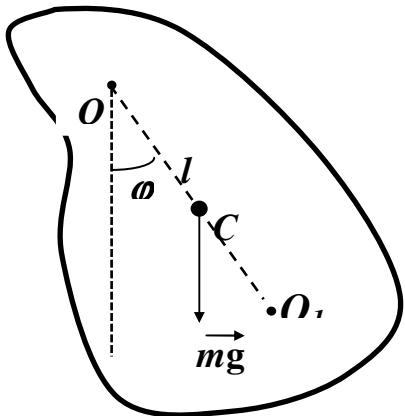


Рисунок 4.1

$$W_c = \frac{mV^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \sin^2(\omega t + \alpha),$$

$$W_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \cos^2(\omega t + \alpha)$$

Полная энергия точки, совершающей свободные гармонические колебания, остается величиной постоянной, не зависящей от времени:

$$W = W_c + W_p = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = \frac{kA^2}{2}.$$

Рассмотрим свободные колебания маятника. Физическим маятником называют твердое тело, способное совершать колебания вокруг неподвижной оси, не проходящей через центр масс тела. В положении равновесия центр инерции маятника – точка **C** (рис. 4.1) – находится на одной вертикали с точкой подвеса – точка **O**. Это равновесное положение маятника. При отклонении от положения равновесия на угол  $\phi$  возникает вращательный момент, стремящийся вернуть маятник в положение равновесия. Этот момент создается силой тяжести  $mg$  и равен:

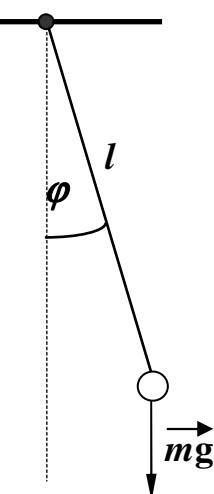


Рисунок 4.2

где  $m$  – масса маятника;  $l$  – расстояние между точкой подвеса и центром масс маятника. Обозначив момент инерции маятника относительно оси, проходящей через точку подвеса, буквой  $J$ , запишем уравнение движения маятника:

$$J\ddot{\phi} = -mgl \sin \phi, \quad (4.7)$$

где  $\ddot{\phi} = \varepsilon$  – угловое ускорение маятника. При малых углах отклонения  $\phi$  маятника от положения равновесия, когда  $\sin \phi \approx \phi$ , уравнение (4.7) принимает вид:

$$\ddot{\phi} + \frac{mgl}{J} \phi = 0 \text{ или } \ddot{\phi} + \omega^2 \phi = 0, \quad (4.8)$$

где через  $\omega^2$  обозначена следующая величина:

$$\omega^2 = \frac{mgl}{J}. \quad (4.9)$$

Уравнение (4.8) совпадает с уравнением гармонических колебаний (4.6) и его решением есть функция

$$\varphi = \varphi_{max} \cos(\omega t + \alpha), \quad (4.10)$$

где  $\varphi_{max}$  - амплитуда угла отклонения маятника, а  $\alpha$  - начальная фаза колебаний. Таким образом, при малых углах отклонения физический маятник совершает гармонические колебания (4.10) с частотой, определяемой формулой (4.9), и периодом

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}}. \quad (4.11)$$

В случае математического маятника, который представляет собой материальную точку, подвешенную на невесомой нерастяжимой нити (рис. 4.2), момент инерции  $J = ml^2$ , и формула для периода колебаний принимает вид

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \quad (4.12)$$

где  $l$  - длина маятника, а  $g$  - ускорение свободного падения. Формулы (4.11) и (4.12) можно использовать для определения ускорения свободного падения  $g$ .

### Элементы теории тяготения

Согласно закону всемирного тяготения любые две материальные точки притягиваются друг к другу с силой, прямо пропорциональной произведению их масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними:

$$\vec{F} = G \frac{m_1 m_2 \vec{r}}{r^2}, \quad (4.13)$$

где  $m_1, m_2$  - массы материальных точек;  $\vec{r}$  - радиус-вектор точки, например 2, по отношению к точке 1 (рис. 4.3);  $r$  - модуль этого вектора, а  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг}\cdot\text{с}^2)$  - гравитационная постоянная.

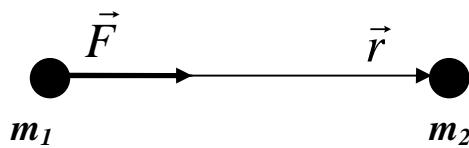


Рисунок 4.3

Формула (4.13) справедлива для материальных точек, то есть тел, размерами которых можно пренебречь по сравнению с расстоянием между ними, а также для однородных тел сферической формы. В последнем случае под  $r$  следует понимать расстояние между центрами тел.

Силу, с которой тело притягивается к Земле согласно закону всемирного тяготения, называют силой тяжести. Если Землю рассматривать как однородный шар радиусом  $R$ , то силу тяжести можно записать в виде

$$F = G \frac{mM}{(R+h)^2}, \quad (4.14)$$

где  $m$  - масса тела;  $M$  - масса Земли; а  $h$  – высота тела над поверхностью Земли. Если на тело действует только сила тяжести, то тело совершает свободное падение. Согласно второму закону Ньютона ускорение свободного падения будет равно:

$$g = \frac{F}{m} = G \frac{M}{(R+h)^2}. \quad (4.15)$$

Так как в большинстве практически важных случаев выполняется условие  $h \ll R$  ( $R=6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$ ), в формуле (4.15) можно пренебречь  $h$ , и формула для  $g$  примет вид

$$g = \frac{F}{m} = G \frac{M}{R^2}. \quad (4.16)$$

Из формулы (4.16) следует, что ускорение свободного падения не зависит от массы падающего тела, то есть для всех тел одинаково.

При выводе формулы (4.16) предполагалось, что Земля – однородный по составу шар радиусом  $R$ . Из-за сплюснутости земного шара у полюсов и суточного вращения Земли ускорение свободного падения меняется с широтой местности в пределах от  $9,780 \text{ м/с}^2$  на экваторе до  $9,931 \text{ м/с}^2$  на полюсах. Учитывая все вышесказанное, можно утверждать, что ускорение свободного падения для данной местности есть величина постоянная. Экспериментальное определение его значения есть одной из целей данной работы.

## 4.2 Описание метода измерений

Метод измерения ускорения свободного падения основан на использовании зависимости периода  $T$  собственных колебаний физического маятника от ускорения свободного падения  $g$ .

Непосредственное использование соотношения (4.11) требует знания величины момента инерции физического маятника относительно оси колебаний, что достаточно сложно. Для того, чтобы обойти эту сложность, в качестве физического маятника в данной работе использован оборотный маятник (рис. 4.4), который имеет две оси колебаний, параллельные между собой. Определив два значения периода колебаний маятника относительно этих осей и выполнив соответствующие математические преобразования, получим расчетную формулу, в которой все величины подлежат прямым измерениям.

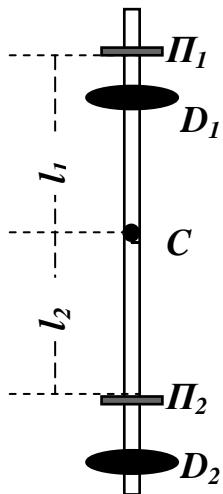


Рисунок 4.4

Оборотный маятник (рис. 4.4) состоит из металлического стержня, соединенных с ним двух опорных призм  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  и двух дисков  $D_1$  и  $D_2$ . Призмы находятся на расстояниях  $l_1$  и  $l_2$  от центра тяжести (центра масс)  $C$  маятника.

Периоды собственных колебаний маятника при малых амплитудах колебаний относительно призм  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  в соответствии с формулой (4.11) имеют вид:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J_1}{mgl_1}} \text{ и } T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{J_2}{mgl_2}}, \quad (4.17)$$

где  $J_1$  и  $J_2$  - моменты инерции маятника относительно призм  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  соответственно. По теореме Штейнера эти моменты равны:

$$J_1 = J_o + m l_1^2 \text{ и } J_2 = J_o + m l_2^2, \quad (4.18)$$

где  $J_o$  - момент инерции маятника относительно оси, проходящей через центр тяжести маятника и параллельной осям колебаний, которые определяются призмами;  $m$  - масса маятника. Подстановка выражений (4.18) в формулы периодов колебаний (4.17) дает результат:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J_o + m l_1^2}{mgl_1}} \text{ и } T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{J_o + m l_2^2}{mgl_2}}. \quad (4.19)$$

Решение системы уравнений (4.19) относительно ускорения свободного падения  $g$  дает расчетную формулу

$$g = \frac{4\pi^2(l_1^2 - l_2^2)}{T_1^2 l_1 - T_2^2 l_2}, \quad (4.20)$$

в которую входят величины, легко поддающиеся прямым измерениям.

### 4.3 Порядок выполнения работы

- 1 Снять маятник и, уравновесив его на трехгранный призме, определить положение его центра тяжести. С помощью измерительной линейки определить расстояния  $l_1$  и  $l_2$  от центра тяжести до точек подвеса (опорных призм). Результаты измерений занести в табл. 4.1.

**Таблица 4.1**

№ опыта	$l_1, м$	$l_2, м$	$t_1, с$	$\Delta t_1, с$	$t_2, с$	$\Delta t_2, с$
1						
2						
3						
<i>Среднее</i>						

- 2 Подготовить к работе электронный секундомер.
- 3 Подвесить маятник на опорной призме  $P_1$ . Зафиксировать предохранитель и отклонить маятник на 4...6 см от положения равновесия.
- 4 Освободить маятник, включая одновременно секундомер, и определить время  $t_1$  10 полных колебаний. Результат занести в табл. 4.1. Опыт повторить три раза.
- 5 Снять предохранитель и, перевернув маятник, подвесить его на опорной призме  $P_2$ . Повторить действия п. 3. Результаты измерений времени  $t_2$  занести в соответствующие графы табл. 4.1.

### 4.4 Обработка результатов измерений

- 1 Определить средние значения величин  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $t_1$ ,  $t_2$  и занести их в табл. 4.1.
- 2 Определить абсолютные погрешности величин как погрешности прямых измерений и их средние значения. Если расстояния  $l_1$  и  $l_2$  измеряются один раз, погрешности их измерений равны погрешности измерительного прибора. Результаты занести в табл. 4.1.
- 3 Определить периоды колебаний маятника:  $T_1 = \frac{t_1}{10}$  и  $T_2 = \frac{t_2}{10}$ .
- 4 Определить ускорения свободного падения по формуле (4.20).
- 5 Вычислить погрешности определения периода колебаний:

$$\Delta T_1 = \frac{(\Delta t_1)_{\text{нð}}}{(t_1)_{\text{нð}}} T_1 \quad \text{и} \quad \Delta T_2 = \frac{(\Delta t_2)_{\text{нð}}}{(t_2)_{\text{нð}}} T_2.$$

- 6 Вычислить относительную погрешность для ускорения свободного падения:

$$\varepsilon = 2 \frac{\Delta \pi}{\pi} + 2 \frac{l_1 \Delta l_1 + l_2 \Delta l_2 + T_1^2 \Delta l_1 + T_2^2 \Delta l_2 + 2(T_1 \Delta T_1 l_1 + T_2 \Delta T_2 l_2)}{|l_1^2 - l_2^2| / |T_1^2 l_1 - T_2^2 l_2|}.$$

Если значение  $\pi$  взято из вычислительной машины или калькулятора, то  $\Delta \pi = 0$ .

- 7 Вычислить абсолютную погрешность определения ускорения свободного падения:

$$\Delta g = \varepsilon g.$$

- 8 Записать результат в стандартной форме, воспользовавшись правилами работы с приближенными числами.

#### 4.5 Контрольные вопросы

- 1 Как читается закон всемирного тяготения?
- 2 Какие процессы называются колебательными и какие колебания называют гармоническими? Какие колебания называются свободными, а какие вынужденными?
- 3 Какими величинами можно характеризовать систему, которая совершает гармонические колебания? Что такое амплитуда, период, фаза (начальная фаза) колебаний?
- 4 По каким законам изменяются смещения, скорость и ускорение точки, совершающей гармонические колебания?
- 5 Какой вид имеют формулы для определения кинетической, потенциальной и полной энергии материальной точки?
- 6 Какой вид имеет дифференциальное уравнение гармонических колебаний?
- 7 Выведите дифференциальное уравнение малых колебаний физического и математического маятников. От чего зависят период и частота колебаний этих маятников?
- 8 В чем суть метода определения ускорения свободного падения  $g$  с помощью обратного маятника? Вывести расчетную формулу.
- 9 Сформулируйте теорему Штейнера. Где и как она использована в данной работе?

## 5. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 33

### Определение баллистической постоянной гальванометра и емкости конденсатора

**Цель работы:** изучить свойства проводников в электрическом поле, определить баллистическую постоянную гальванометра, определить емкость конденсатора, ознакомиться со способами включения конденсаторов.

#### 5.1 Краткие теоретические сведения

Многие частицы и тела в природе способны взаимодействовать между собой силами, которые, как и силы тяготения, обратно пропорциональны квадрату расстояния между ними, но во много раз больше сил тяготения. Этот вид взаимодействия частиц называют электромагнитным. Способность тел к электромагнитным взаимодействиям определяет физическая величина, которая называется электрический заряд.

Электрический заряд обладает следующими свойствами:

- 1) Существует два вида электрических зарядов, которые условно называют положительными и отрицательными. Разноименные заряды взаимно притягиваются, а одноименные - отталкиваются;

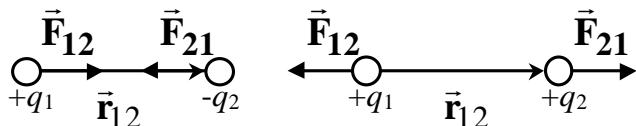


Рисунок 5.1

- 2) Электрические заряды дискретны - заряд любого тела кратен целому числу элементарных зарядов  $Q = \pm Ne$ , где  $N$  - целое число, равное числу избыточных или недостающих электронов. Носителем элементарного отрицательного заряда является электрон, а положительного - протон. Величина элементарного электрического заряда -  $e = \pm 1,6 \times 10^{-19}$  Кл.
- 3) Электрические заряды подчиняются закону сохранения: в изолированной системе тел алгебраическая сумма зарядов остается постоянной.

Наиболее просто описывается взаимодействие точечных зарядов — заряженных тел, размерами которых можно пренебречь по сравнению с расстояниями между этими телами. Взаимодействие точечных зарядов описывается законом Кулона — сила взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов пропорциональна величине каждого из зарядов, обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними и направлена вдоль прямой, соединяющей эти заряды (рис.5.1):

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r} \quad (5.1)$$

где  $k$  - коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц измерения, в системе СИ  $k = 9 \times 10^9 \text{ Нм}^2 / \text{Кл}^2$  или  $k = 1/4\pi\epsilon_0$ , ( $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ Ф/м}$  - электрическая постоянная),  $q_1$  и  $q_2$  – величины, взаимодействующих зарядов,  $r$  – расстояние между ними.

Взаимодействие между покоящимися зарядами осуществляется через электрическое поле. Всякий заряд изменяет свойства окружающего его пространства - создает в нем электрическое поле. Это поле проявляется в том, что на помещенный в какую-либо его точку электрический заряд действует сила, пропорциональная величине заряда. За характеристику электрического поля принимают отношение силы, действующей на точечный заряд, помещенный в данную точку поля, к величине этого заряда

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad (5.2)$$

Эта векторная величина называется напряженностью электрического поля в данной точке. Из закона Кулона (5.1) следует, что напряженность электрического поля точечного заряда пропорциональна величине заряда  $q$  и обратно пропорциональна квадрату расстояния  $r$  от заряда до данной точки поля

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \quad (5.3)$$

где  $\vec{r}$  - радиус-вектор, проведенный в рассматриваемую точку поля из точки пространства, в которой находится заряд  $q$ . Направлен вектор  $\vec{E}$  вдоль радиальной прямой, проходящей через заряд и данную точку поля, от заряда, если он положителен, и к заряду, если он отрицателен. Измеряется напряженность электрического поля в Н/Кл или В/м.

Электрическое поле удовлетворяет принципу суперпозиции - напряженность поля системы зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, которое создает каждый из зарядов системы в отдельности:

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i . \quad (5.4)$$

Принцип суперпозиции позволяет вычислить напряженность поля любой системы зарядов. Разбив протяженные заряженные тела на достаточно малые области с зарядом  $dq$ , любую систему зарядов можно свести к совокупности точечных зарядов. Вклад каждого из таких зарядов в результирующее электрическое поле (5.4) вычисляется по формуле (5.3).

Силы электростатического поля являются потенциальными, т.е. работа, которая совершается силами поля при перемещении заряда из одной точки поля в другую не зависит от формы траектории, а определяется начальным и конечным положением этого заряда. Потенциальная энергия заряда  $q_0$  в поле заряда  $q$  описывается формулой

$$W_p = k \frac{qq_0}{r} , \quad (5.5)$$

где  $r$  - расстояние между зарядами.

Потенциалом электрического поля называется физическая величина равная отношению потенциальной энергии заряда к величине этого заряда

$$\varphi = \frac{W_p}{q} . \quad (5.6)$$

Потенциал электростатического поля, создаваемого точечным зарядом  $q$  равен:

$$\varphi = \frac{W_p}{q_0} = k \frac{q}{r} .$$

Потенциал поля, создаваемого системой зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым зарядом в отдельности.

Напряженность электрического поля связана с потенциалом соотношением  $\vec{E} = -\text{grad}(\varphi)$ ; в развернутом виде

$$\vec{E} = -(\vec{i} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial \varphi}{\partial z}), \quad (5.7)$$

где  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  - единичные орты, направленные по осям координат.

Проводниками являются вещества, в которых имеются свободные заряды, способные перемещаться по всему объему проводника под действием сколь угодно малой силы. Поэтому для равновесия зарядов в проводнике необходимо выполнение следующих условий:

- напряженность поля внутри проводника должна быть равна нулю;
- напряженность поля на поверхности проводника должна быть в каждой точке направлена по нормали к поверхности.

При равновесии, ни в каком месте внутри проводника не могут существовать объемные заряды. Это означает, что избыточный заряд проводника концентрируется на его поверхности. Конечно, внутри проводника имеются как положительные, так и отрицательные заряды, но они взаимно скомпенсированы и в целом внутренние области проводника электрически нейтральны.

Если уединенному проводнику сообщить заряд  $q$ , то он распределится по его поверхности так, чтобы выполнять условия равновесия зарядов. При сообщении проводнику дополнительного заряда  $q'$ , он распределятся по проводнику, таким образом, как и первый, чтобы не нарушились условия равновесия. Так как напряженность поля внутри проводника равна нулю, то потенциал есть величина постоянная. Из подобия распределения зарядов в уединенном проводнике, следует, что его потенциал пропорционален заряду. Таким образом, для уединенного проводника

$$q = C \cdot \varphi$$

Коэффициент пропорциональности  $C$  между потенциалом и зарядом называется электроемкостью проводника. Следовательно

$$C = \frac{q}{\varphi}. \quad (5.8)$$

Электроемкость проводника, численно равна заряду, который нужно поместить на проводник, чтобы изменить его потенциал на единицу. За единицу емкости в системе СИ принимают фарад ( $\Phi$ ):  $1\Phi=1\text{Кл}/1\text{В}$ . Электроемкость проводника зависит от его геометрических размеров и диэлектрических свойств среды, в которой он находится.

Уединенные проводники обладают небольшой емкостью. Вместе с тем на практике возникают потребности в устройствах, которые при относительно небольшом потенциале накапливали бы на себе значительные по величине заряды. Такие устройства называют

конденсаторами - это совокупность двух любых проводников с одинаковыми по абсолютному значению, но противоположными по знаку зарядами. Проводники называются обкладками конденсатора. Емкость конденсатора определяется соотношением

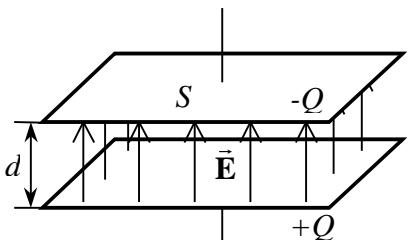


Рисунок 5.2

$$C = \frac{Q}{U}, \quad (5.9)$$

где  $Q$  – модуль заряда каждой из обкладок, а  $U = \Delta\varphi$  - разность потенциалов между ними. В большинстве случаев форма обкладок конденсатора и их взаимное расположение подбирают таким образом, чтобы внешние

поля не влияли существенно на электрическое поле в конденсаторе, а силовые линии, начинающиеся на одной из обкладок, обязательно заканчивались на другой. Благодаря этому всегда обеспечивается равенство абсолютных значений зарядов на обкладках.

Вычисление емкости конденсаторов сводится к определению разности потенциалов между обкладками конденсатора при известном заряде на обкладках. Емкость плоского конденсатора (рис.5.2)

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}. \quad (5.10)$$

где  $Q$  - заряд обкладки;  $\epsilon$  - диэлектрическая проницаемость диэлектрика;  $\epsilon_0$  - электрическая постоянная;  $S$  - площадь одной из пластин,  $d$  - расстояние между пластинами.

На практике для варьирования емкости конденсаторы соединяют в батареи. При этом используют последовательное и параллельное соединения конденсаторов. При последовательном соединении конденсаторов их заряды одинаковы, а напряжение на зажимах батареи равно сумме напряжений на каждом конденсаторе. Емкость батареи последовательно соединенных конденсаторов определяется соотношением

$$\frac{1}{C_{общ}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

При параллельном соединении конденсаторов напряжения на всех конденсаторах одинаковы и равны напряжению источника питания, а заряд батареи конденсаторов равен сумме зарядов каждого из конденсаторов. Общая емкость батареи равна сумме емкостей каждого из конденсаторов.

Если обкладки заряженного конденсатора замкнуть проводником, то в нем возникнет электрический ток, а конденсатор разрядится. Ток разряда конденсатора выделяет в проводнике определенное количество тепла, а это значит, что заряженный конденсатор обладает энергией.

Энергия заряженного конденсатора определяется зарядом, разностью потенциалов, емкостью

$$W_p = \frac{QU}{2} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}$$

Носителем энергии заряженного конденсатора является электрическое поле между его обкладками. При этом энергия распределена в пространстве с объемной плотностью

$$w = \frac{\epsilon\epsilon_o E^2}{2}, \quad (5.11)$$

где  $E$  - напряженность электрического поля. Отметим, что выражение (5.11) оказывается верным и для неоднородного электрического поля. В этом случае плотность энергии является функцией координат точки, в которой она вычисляется.

## 2.2 Описание установки и метода измерений

Для экспериментального определения емкости конденсатора в

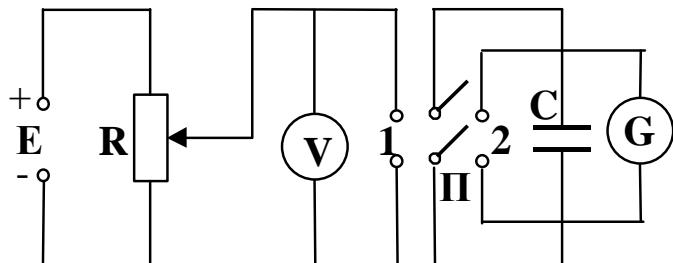


Рисунок 5.3

соответствии с формулой (5.9) необходимо измерить заряд на обкладках конденсатора и напряжение между ними. На рис.5.3 изображена схема установки. Здесь **E** - источник постоянного тока; **R** - потенциометр; **V** - вольтметр; **G** - зеркальный гальванометр; **П** - двухполюсный переключатель; **C** - конденсатор.

При установке переключателя в положение 1 на исследуемый конденсатор подается напряжение  $U$ , величина, которого регулируется потенциометром **R** и измеряется вольтметром **V**. Вольтметр и потенциометр могут быть вмонтированы в источник

постоянного тока. В этом случае переключатель **П** соединяют непосредственно к клеммам источника. При переводе переключателя в положение 2 происходит разряд конденсатора на баллистический гальванометр **G**, с помощью которого определяется заряд обкладок конденсатора. Эталонный и два исследуемых конденсатора закреплены на панели, куда выведены контактные клеммы двухполюсного переключателя и конденсаторов.

Гальванометрами называют приборы, которые предназначены для измерения малых электрических величин (сила тока, напряжение, заряд) меньших, чем миллионная доля ампера, вольта, кулона. Это

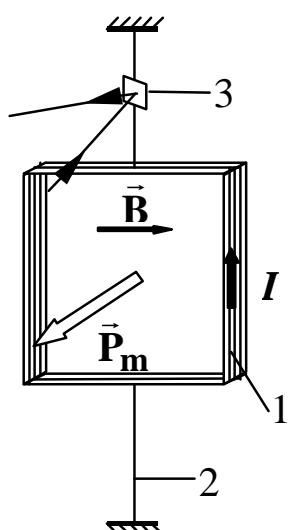


Рисунок 5

достаточно чувствительные приборы, и, как правило, их измеритель тока магнитоэлектрической системы. То есть рамка 1 (рис.5.4) с измеряемым током, удерживается в положении равновесия кварцевой нитью 2, и имеет возможность вращаться в магнитном поле постоянного магнита. В положении равновесия рамки (то есть в отсутствие измеряемого тока) вектор индукции магнитного поля параллелен плоскости рамки (см. рис.5). Рамка с измеряемым током  $I$  имеет магнитный момент  $\vec{P}_m = ISN$ , где  $S$  - площадь одного витка, а  $N$  - количество витков на рамке. В магнитном поле на магнитный момент  $\vec{P}_m$

действует момент сил Ампера  $\vec{M} = [\vec{P}_m, \vec{B}]$ , который стремится повернуть рамку с током. Под действием этого момента сил нить 2 закручивается на угол  $\alpha$ , пропорциональный величине измеряемого тока  $I$ . Угол закручивания нити измеряется с помощью светового луча, который отражается от зеркала 3, укрепленного на нити.

Гальванометр, предназначенный для измерения заряда, называется баллистическим. Прибор реагирует на величину заряда  $q \approx I\Delta t$  в тех случаях, когда время прохождения тока  $\Delta t$  значительно меньше периода колебаний подвижной системы измерителя. При разряде конденсатора на рамку с током действует импульс момента сил  $M\Delta t$ , который приводит к колебаниям рамки с определенной амплитудой. Начальная амплитуда ее колебаний определяется электрическим зарядом, который прошел через измеритель за время  $\Delta t$ . В данной лабораторной работе для измерений заряда прибор

должен быть проградуирован. Цена одного деления носит название баллистической постоянной гальванометра. Для определения баллистической постоянной гальванометра используется эталонный конденсатор с известной емкостью  $C_0$ .

Для определения баллистической постоянной  $\beta$  гальванометра необходимо знать заряд, проходящий через рамку гальванометра и число делений  $n_0$ , на которое отклоняется “зайчик” гальванометра при повороте рамки

$$\beta = \frac{q}{n_0}. \quad (5.12)$$

При заряде эталонного конденсатора емкостью  $C_0$  при напряжении  $U_0$  на нем накапливается заряд

$$q_0 = C_0 \cdot U_0 \quad (5.13)$$

Если этот конденсатор разрядить на гальванометр, то этот заряд вызывает отклонение “зайчика” гальванометра на некоторое число делений  $n_0$ . Тогда

$$\beta = \frac{C_0 \cdot U_0}{n_0} \quad (5.14)$$

Зная баллистическую постоянную гальванометра ( заряд, вызывающий отклонение “зайчика” гальванометра на одно деление ), можно определить величину любого заряда, прошедшего через гальванометр

$$q = \beta \cdot n, \quad (5.15)$$

где  $n$  - число делений, на которое отклоняется “зайчик” гальванометра.

Если зарядить конденсатор неизвестной емкости при напряжении  $U$  и разрядить его на гальванометр , то, заметив максимальное отклонение  $n_x$  “зайчика” гальванометра, можно определить емкость исследуемого конденсатора

$$C = \frac{\beta \cdot n_x}{U} \quad (5.16)$$

### 5.3 Порядок выполнения работы

#### Задание № 1 Определение баллистической постоянной

##### гальванометра

1. По схеме на рис.5.3 собрать электрическую цепь, подключить эталонный конденсатор  $C_0$ .
2. Включить осветитель гальванометра и установить “зайчик” на ноль шкалы.
3. Установить напряжение  $U_0 = 60$  В, подаваемое на конденсатор, и зарядить его ( переключить  $\Pi$  в положение 1 ).
4. Разрядить конденсатор на гальванометр и по шкале отметить максимальное отклонение  $n_0$  “зайчика”. Измерение произвести 5 раз, записав результаты в таблицу 5.2.

**Таблица 5.1**

№	$C_0$ , пФ	$\frac{\Delta C_o}{C_o}$	$U_o$ , В	$\frac{\Delta U_o}{U_o}$	$n_0$	$\Delta n_o$	$\beta$ Кл/дел	$\varepsilon$	$\Delta \beta$ Кл/дел
1									
2									
3									
4									
5									
Ср									

5. Вычислить среднее значение  $n_0$ , абсолютные погрешности измерений и среднюю абсолютную погрешность  $\Delta n_{cp}$  и занести в таблицу 2.
6. Вычислить баллистическую постоянную гальванометра  $\beta$ , подставив в формулу (5.14) средние значения измеренных величин.
7. Определить относительную погрешность  $\beta$  по формуле:

$$\varepsilon = \frac{\Delta \beta}{\beta} = \frac{\Delta C_o}{C} + \frac{\Delta U_o}{U_o} + \frac{\Delta n_{cp}}{n_{cp}},$$

где  $\Delta C_o / C_o$  - определяется по данным на корпусе конденсатора;  $\Delta U_o$  - абсолютная погрешность измерения напряжения, определяется по

классу точности прибора;

$$\varepsilon_{np} = (\Delta U / U_{max}) \times 100\%; \quad \Delta U = \varepsilon_{np} U_{max} / 100\%.$$

( $\varepsilon_{np}$  - класс точности прибора,  $U_{max}$ - максимальное показание шкалы прибора).

8. Абсолютную погрешность вычислить через относительную по формуле

$$\Delta \beta = \varepsilon \cdot \beta$$

9. Результаты записать в стандартной форме

$$\beta_{cp} = (\beta_{cp} \pm \Delta \beta_{cp}).$$

### **Задание № 2 Определение емкости неизвестных конденсаторов и емкости при их последовательном и параллельном соединении**

1. Заменить эталонный конденсатор первым исследуемым  $C_2$ .
2. Зарядить конденсатор  $C_1$  при напряжении  $U = 60$  В и разрядив на гальванометр, зафиксировать максимальное отклонение “зайчика” гальванометра  $n_2$ .
3. Измерение провести 5 раз и результаты занести в таблицу 2.
4. Аналогичные измерения проделать для второго неизвестного конденсатора  $C_2$ . Результаты измерений  $n_2$  записать в таблицу 2.
5. Соединить исследуемые конденсаторы  $C_1$  и  $C_2$  последовательно и повторить в п. 5. 3. Значения  $n_{nc}$  записать в табл. 5.2.

**Таблица 5.2**

№	$n_1$	$\Delta n_1$	$n_2$	$\Delta n_2$	$n_{np}$	$\Delta n_{np}$	$n_{nc}$	$\Delta n_{nc}$
1								
2								
3								
4								
5								
Ср								

6. Исследуемые конденсаторы соединить параллельно, зарядить при  $U = 60$  В , разрядить на гальванометр, определить  $n_{np}$ . Опыт произвести 5 раз.
7. Вычислить средние значения  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_{nc}$ ,  $n_{np}$  их абсолютные погрешности и занести в таблицу 2.
8. Определить емкости неизвестных конденсаторов, их

последовательного и параллельного соединений по формуле (5.16).

9. Вычислить относительные погрешности определяемых емкостей по формуле:

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta C}{C} = \frac{\Delta \beta}{\beta} + \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta n_x}{n_x}.$$

10. Вычислить абсолютные погрешности

$$\Delta C_x = C_x \varepsilon_x.$$

11. Записать результаты определений  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_{nc}$ ,  $C_{np}$  в стандартном виде.

12. Вычислить значения емкостей параллельного и последовательного соединений по формулам

$$C_{nc} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}, \quad C_{np} = C_1 + C_2$$

и сравнить их с результатами измерений.

### **Задание №3 Исследование зависимости заряда на обкладках конденсатора от напряжения**

1. Включить в цепь конденсатор  $C_2$ .
2. Установить напряжение, подаваемое на обкладки конденсатора  $U=20\text{В}$ . Разрядив на конденсатор  $C_1$  определить максимальное отклонение “зайчика” гальванометра.
3. Изменяя напряжения через каждые  $20\text{В}$ , определить отклонение “зайчика” гальванометра для каждого напряжения.
4. Опыт повторить, включив в цепь второй конденсатор  $C_2$  и измерив значения отклонения “зайчика” гальванометра  $n_2$  для каждого напряжения.
5. По формуле (5.15) вычислить и записать в таблицу 5.3 значения зарядов конденсаторов при каждом напряжении.
6. По результатам измерений построить на одном координатном поле графики зависимостей  $q_1$ ,  $q_2$  от  $U$ .
7. Используя формулы

$$C = \sum_{i=1}^5 Q_i \cdot U_i / \sum_{i=1}^5 (U_i)^2, \quad \Delta C = \frac{1}{5} \cdot \left( \frac{\Delta \beta}{\beta} + \frac{\Delta U}{U} \right) \cdot \sum_{i=1}^5 \frac{Q_i}{U_i},$$

вычислить значения емкости исследуемых конденсаторов и погрешностей их определения. Результаты вычислений записать в стандартном виде.

**Таблица 5.3**

№	$U$	$n_1$	$q_1$	$n_2$	$q_2$
1	20				
2	40				
3	60				
4	80				
5	100				

8. Сравните результаты определения емкостей  $C_1$  и  $C_2$  разными методами (Задание 2 и Задание 3).

### 5.5 Контрольные вопросы

1. Какими свойствами обладает поверхность заряженного проводника?
2. Что называется электроемкостью уединенного проводника?
3. Как устроен конденсатор, и какие виды конденсаторов существуют?
4. Что называется электроемкостью конденсатора?
5. Как можно определить величину емкости конденсатора?
6. Как вычислить энергию электрического поля заряженного проводника через его заряд, емкость?
7. Как вычислить энергию электрического поля конденсатора через его заряд, емкость?
8. Что такое объемная плотность энергии электрического поля, каким способом она вычисляется?
9. Рассказать об устройстве и принципе действия гальванометра магнитоэлектрической системы.
10. Что такое баллистическая постоянная гальванометра и каков ее физический смысл?
11. Как распределяются заряд и разность потенциалов при параллельном и последовательном соединении конденсаторов?
12. По каким формулам можно вычислить емкость параллельного и последовательного соединений конденсаторов? Выведите эти формулы.

## 6. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 42

### Определение напряженности магнитного поля на оси соленоида с помощью баллистического гальванометра

**Цель работы:** установить для средней точки оси соленоида зависимость напряженности магнитного поля от силы тока, выявить характер распределения напряженности магнитного поля по длине оси соленоида при постоянном значении тока в цепи.

#### 6.1 Краткие теоретические сведения

Электрическое и магнитное поля взаимосвязаны. Они есть формы проявления электромагнитного поля, посредством которого осуществляется взаимодействие между электрически заряженными частицами или телами. Магнитное поле создается проводниками с током, движущимися электрически заряженными частицами и телами, обладающими магнитными моментами, а также изменяющимся во времени электрическим полем.

Магнитное поле, создаваемое электрическим током, описывается с помощью векторных величин - магнитной индукции  $\vec{B}$  и напряженности магнитного поля  $\vec{H}$ , связанных между собой отношением

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}; \quad (6.1)$$

где  $\mu$  - магнитная проницаемость среды;  $\mu_0$  - магнитная постоянная ( $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Тл·м/А). Единица магнитной индукции - тесла (Тл), напряженности магнитного поля - ампер на метр (А/м). Магнитная индукция зависит от размеров и формы проводника, силы и направления тока, положения точки, в которой определяется  $\vec{B}$ .

В описании магнитного поля важно понятие элемента тока - векторной величины, равной произведению  $I d\vec{l}$ , где  $I$  - сила тока в проводнике;  $d\vec{l}$  - элементарный отрезок проводника, которому присваивается как вектору направление движения положительных зарядов в нем. Закон Био-Савара-Лапласа задает индукцию магнитного поля, созданного элементом тока в точке, положение которой относительно

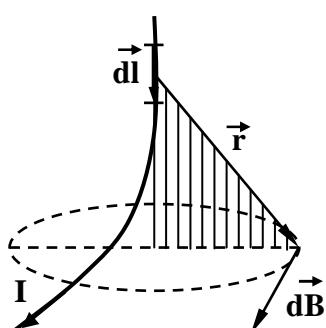


Рисунок 6.1

элемента определяется радиус-вектором  $\vec{r}$  (см. рис. 6.1).

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{[Id\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}. \quad (6.2)$$

Согласно принципу суперпозиции магнитных полей магнитная индукция  $\vec{B}$  поля, создаваемого проводником с током  $I$ ,

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}, \quad (6.3)$$

где интегрирование проводится по всей длине проводника. В случае прямолинейного, бесконечно длинного проводника использование законов (6.2) и (6.3) приводит к соотношению

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{r_0}; \quad (6.4)$$

где  $r_0$  - расстояние от точки, в которой отделяется магнитная индукция, до проводника.

Циркуляция вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  вдоль замкнутого контура  $L$  определяется как криволинейный интеграл

$$\oint_{(L)} B_l dl;$$

Здесь  $B_l$  - проекция вектора  $\vec{B}$  на направление касательной к контуру  $L$  в каждой его точке. Закон полного тока для магнитного поля запишется так:

$$\oint_{(L)} B_l dl = \mu\mu_0 I_{\text{окв}}; \quad (6.5)$$

где  $I_{\text{окв}}$  - алгебраическая сумма токов в проводниках, охватываемых контуром  $L$ .

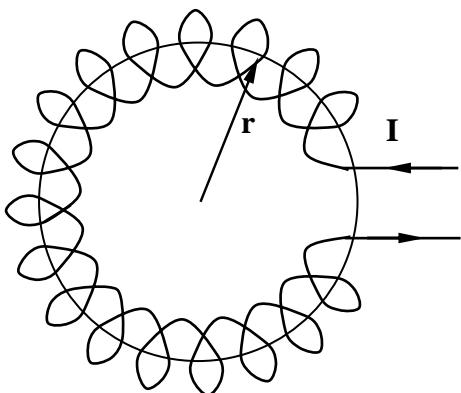


Рисунок 6.2

В физике и технике широко используются для создания магнитного поля катушки тороидальной формы – тороиды (см. рис. 6.2). Закон полного тока (6.5) позволяет легко определить индукцию магнитного поля в тороиде, по виткам которого протекает ток  $I$ . Для всех точек окружности радиуса  $r$ , центр которой совпадает с центром соленоида, она равна

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{NI}{r}. \quad (6.6)$$

Здесь  $N$  – полное число витков тороида. Направлен вектор  $\vec{B}$  в каждой точке по касательной к окружности в соответствии с правилом правого винта или буравчика.

На основе формул (6.2) и (6.3) можно определить индукцию магнитного поля, создаваемого на оси кругового витка с током и на оси соленоида – катушки цилиндрической формы (см. рис.6.3, а и б).

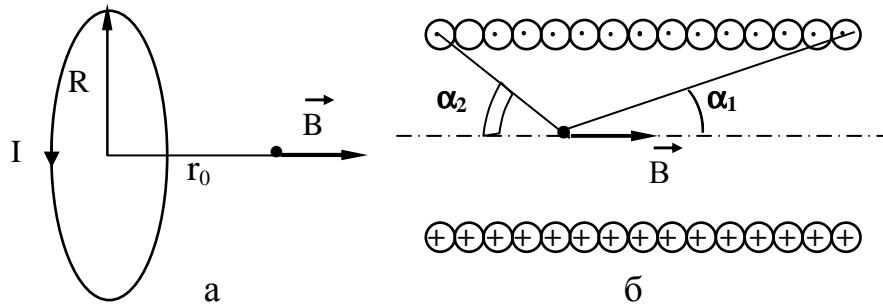


Рисунок 6.3

На оси кругового витка с радиусом  $R$ , по которому проходит ток  $I$ ,

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2} \cdot \frac{I \cdot R}{(R^2 + r_0^2)^{3/2}}. \quad (6.7)$$

Здесь  $r_0$  – расстояние от центра витка до точки наблюдения. На оси соленоида с током  $I$  имеем

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2} \cdot n \cdot I \cdot (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2), \quad (6.8)$$

где  $n$  – число витков соленоида, приходящееся на единицу его длины ( $n = N/l$ ). Если длину соленоида устремить к бесконечности, формула (6.8) преобразуется в

$$B = \mu\mu_0 n I; \quad (6.9)$$

при этом поле в бесконечном соленоиде оказывается однородным, магнитная индукция его во всех точках внутри соленоида одинакова. Формулу (6.9) можно получить также из формулы (6.6), если устремить радиус тороида  $r$  к бесконечности. Возможно использование формулы (6.9) для описания поля в реальном соленоиде, длина которого много больше его диаметра, и тороиде при условии, что его радиус много больше радиуса витков обмотки. Магнитный поток (поток вектора магнитной индукции  $\vec{B}$ ) через

малую поверхность площадью  $dS$ :

$$d\Phi_m = B dS \cos(\vec{B}, \vec{n}); \quad (6.10)$$

где  $\vec{n}$  - единичный вектор нормали к поверхности  $dS$ . Магнитный поток через произвольную поверхность  $S$ :

$$\Phi_m = \int_{(S)} d\Phi_m = \int_{(S)} B_n dS; \quad (6.11)$$

Здесь  $B_n$  - проекция вектора  $\vec{B}$  на направление нормали к поверхности  $S$  в каждой ее точке.

Явление электромагнитной индукции - возникновение ЭДС  $\varepsilon_{\text{инф}}$  в проводнике при его перемещении в магнитном поле либо в замкнутом проводящем контуре вследствие его движения в магнитном поле или изменения самого поля. Закон Фарадея для электромагнитной индукции

$$\varepsilon_{\text{инф}} = -\frac{d\Phi_m}{dt}; \quad (6.12)$$

где  $\Phi_m$  - магнитный поток через поверхность, ограниченную контуром.

## 6.2 Описание установки и метода измерений.

На рис. 6.4 изображена электрическая схема установки.

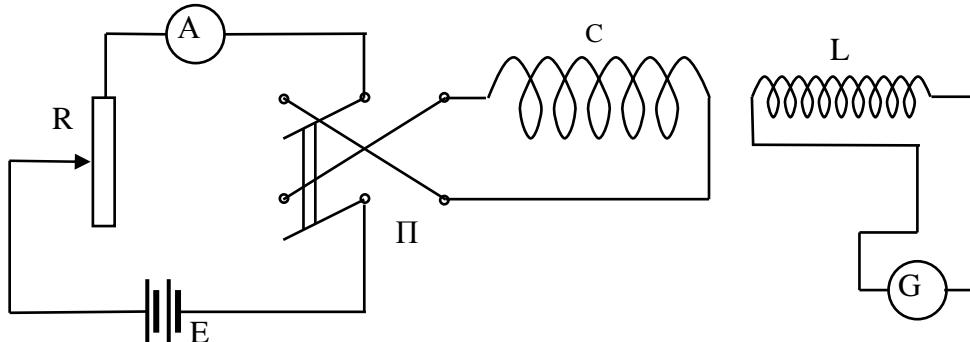


Рисунок 6.4

Основным элементом ее является соленоид  $C$ , соединенный через двухполюсный переключатель  $\Pi$  с источником постоянного тока  $E$ . Ток, создаваемый в соленоиде, регулируется реостатом  $R$  и измеряется амперметром  $A$ . Вдоль оси соленоида может перемещаться измерительная катушка  $L$ , соединенная с баллистическим гальванометром  $G$ . Положение измерительной катушки внутри соленоида определяется с помощью линейки, на которой эта катушка закреплена.

Электрический ток создает в соленоиде постоянное магнитное

поле, напряженность которого  $H$  следует измерить. Магнитный поток, проходящий через измерительную катушку,

$$\Phi_L = BS_L N_L; \quad (6.13)$$

где  $S_L$  - площадь сечения обмотки катушки;  $N_L$  - число витков в ней. Вектор магнитной индукции направлен вдоль оси катушки, поэтому имеющийся в формуле (6.10)  $\cos(\vec{B}, \vec{n})=1$ . Для измерения  $H$  изменяют с помощью переключателя  $\Pi$  направление тока в соленоиде на противоположное. Это приводит к изменению на противоположные направления вектора  $\vec{B}$  и знака магнитного потока  $\Phi$ . Тогда изменение магнитного потока через измерительную катушку

$$\Delta\Phi_L = 2\Phi_L = 2BS_L N_L; \quad (6.14)$$

Изменение магнитного поля в соленоиде приводит к появлению ЭДС индукции, и электрического тока в измерительной катушке. Кратковременный импульс тока фиксируется баллистическим гальванометром - первое, максимальное отклонение его зайчика  $a$  пропорционально величине заряда  $q$ , прошедшего через гальванометр:

$$q = \beta \cdot a; \quad (6.15)$$

где  $\beta$  - баллистическая постоянная гальванометра. Величина заряда с помощью определения силы тока ( $I = dq/dt$ ) и закона Ома для замкнутой цепи ( $I=\epsilon/R$ ) может быть выражена через  $\epsilon_{\text{инд}}$ :

$$q = \int dq = \int Idt = \int \frac{\epsilon_{\text{инд}}}{R} dt;$$

Здесь  $R$  - полное сопротивление цепи измерительной катушки и гальванометра. Подстановка в эту формулу закона (6.12) приводит к следующему выражению:

$$q = \frac{1}{R} \int d\Phi_m = \frac{1}{R} \Delta\Phi_L = \frac{2BS_L N_L}{R}; \quad (6.16)$$

Сравнение формул (6.15) и (6.16) позволяет определить величину магнитной индукции:

$$B = \frac{\beta R}{2S_L N_L} a; \quad (6.17)$$

и перейти с помощью формулы (6.1) к выражению, позволяющему вычислить напряженность магнитного поля:

$$H = \frac{\beta R}{2\mu\mu_0 S_L N_L} a; \quad (6.18)$$

Для намотки измерительной катушки используется основание из немагнитного материала, в этом случае можно считать  $\mu = 1$ .

### 6.3 Порядок выполнения работы

#### **Задание 1 Изучение распределения напряженности магнитного поля по оси соленоида при постоянном токе в обмотке**

1. Собрать установку по схеме, изображенной на рис. 6.4. Установить измерительную катушку в центре соленоида ( $X = 0$ ).
5. После проверки включить источник постоянного тока и установить реостатом ток  $I = 1,5$  А. Включить гальванометр и установить нулевое положение зайчика на шкале гальванометра.
3. Быстрым переключением двухполюсного переключателя П изменить направление тока в обмотке соленоида, заметить величину максимального отклонения зайчика гальванометра  $a$ , выразив ее в числе наименьших делений шкалы (мм).
4. Меняя положение измерительной катушки через каждые 2 см, повторять опыт до тех пор, пока катушка не выйдет за пределы соленоида ( $X=14$  см). Результаты всех измерений записать в табл. 6.1.

**Таблица 6.1**

№ п/п	X, см	a , дел	H, А/м
1	0		
2	2		
3	4		
.	.		
.	.		
.	.		
8	14		

#### **Задание 2 Изучение зависимости напряженности магнитного поля в соленоиде от силы тока в обмотке**

1. Измерительную катушку установить в центре соленоида ( $X = 0$ ), понизить реостатом ток в соленоиде до значения  $I = 0,5$  А.
5. Изменить переключателем П направление тока в соленоиде и заметить величину максимального отклонения зайчика гальванометра по шкале прибора. Записать результат измерения в табл. 6.5.

**Таблица 6.2**

№ п/п	I, А	a, дел	H, А/м
1	0,50		
2	0,75		
3	1,00		
4	1,25		
5	1,50		

3. Повторить измерения, увеличивая силу тока на 0,25 А до значения I = 1,5 А включительно. Результаты измерений записать в табл. 6.5.

#### 6.4 Обработка результатов измерений.

1. Перенести в табл. 6.3 с установки значения  $\beta$ , R,  $S_L$  и  $N_L$ .

**Таблица 6.3**

$\beta$ , Кл/дел	R, Ом	$S_L, \text{м}^2$	$N_L$	C, А/(м·дел)

по формуле

$$C = \frac{\beta R}{2\mu_0 S_L N_L}$$

вычислить и записать в табл. 5.3 значение коэффициента C.

5. По формуле  $H = Ca$  вычислить и записать в табл. 6.1 значения напряжённости магнитного поля, соответствующие всем значениям координаты катушки X.

3. Построить график зависимости напряженности магнитного поля от координаты X.

4. По формуле  $H = Ca$  вычислить и записать в табл. 6.2 значения напряженности магнитного поля, соответствующие всем значениям силы тока I.

5. Построить график зависимости напряженности магнитного поля H от силы тока I.

#### 6.5 Дополнительное задание

1. Цель задания - проверка соответствия результатов измерений теоретической формуле (6.8) для распределения напряженности магнитного поля вдоль оси соленоида конечной длины.

5. Произвести обмер соленоида – измерить и записать его длину и диаметр витков обмотки.

3. Посчитать число витков соленоида, приходящееся на 1 см. Вычислить и записать полное число витков соленоида и число витков, приходящееся на единицу его длины (1 м).
4. Преобразовать формулу (6.8) таким образом, чтобы выразить в явном виде напряженность магнитного поля как функцию расстояния от точки на оси соленоида до его центра X.
5. Составить с помощью пакета МАТКАД программу вычисления значений этой функции для всех точек оси соленоида. Произвести вычисления и получить график зависимости  $H(X)$ .
6. Сделать дополнение к программе для сравнения теоретической и экспериментальной зависимостей  $H$  от  $X$ . Ввести в компьютер результаты измерений и распечатать полученный график.
7. Сделать вывод о соответствии теории эксперименту.

## **6.6 Контрольные вопросы:**

1. Что такое магнитная индукция и напряженность магнитного поля? Какова связь между этими величинами?
5. Что такое элемент тока?
3. Сформулировать и доказать закон Био-Савара-Лапласа.
4. В чем заключается принцип суперпозиции магнитных полей?
5. Чему равна магнитная индукция поля, созданного бесконечным прямолинейным проводником с током?
6. Чему равна циркуляция магнитной индукции по замкнутому контуру?
7. Что такое тороид? Чему равна магнитная индукция поля, созданного тороидом?
8. Чему равна магнитная индукция поля, созданного на оси кругового витка с током?
9. От чего и каким образом зависит магнитная индукция поля в соленоиде?
10. Что такое магнитный поток через малую площадку и произвольную поверхность?
11. В чем заключается явление электромагнитной индукции? Сформулировать закон Фарадея для электромагнитной индукции.
15. Чем определяется отклонение зайчика баллистического гальванометра?
13. Каким образом измеряется с помощью баллистического гальванометра напряженность магнитного поля в соленоиде?

## 7. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 44.

### Определение удельного заряда электрона с помощью магнетрона и электронно-лучевой трубы

**Цель работы:** изучить закономерности движения электрического заряда в магнитном поле, определить удельный заряд электрона.

#### 7.1 Краткие теоретические сведения.

Силовой характеристикой магнитного поля является вектор магнитной индукции  $\vec{B}$ . Он может быть измерен по действию магнитного поля на движущуюся в нем заряженную частицу, на малую рамку с током и на малый элемент проводника с током.

На заряженную частицу, движущуюся в магнитном поле, действует сила Лоренца, равная векторному произведению скорости частицы  $v$  и вектора магнитной индукции  $\vec{B}$ , умноженному на величину заряда частицы

$$\vec{F}_L = q[\vec{v}, \vec{B}] \quad (7.1)$$

Величина силы Лоренца

$$F_L = q v B \sin \alpha, \quad (7.2)$$

где  $\alpha$  - угол между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ , по направлению сила перпендикулярна  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ .

Если заряженная частица движется в однородном магнитном поле ( $\vec{B}=\text{const}$ ) в направлении, перпендикулярном магнитной индукции ( $\vec{v} \perp \vec{B}$ ), то сила Лоренца создает постоянное перпендикулярное скорости ускорение  $a_n = F_L/m$ . Это соответствует движению частицы по окружности с радиусом  $R$ , связанным с ускорением соотношением

$$\frac{v^2}{R} = a_n = \frac{qvB}{m}; \quad (7.3)$$

Период обращения частицы по окружности  $T=2\pi R/v$  с учетом соотношения (7.3) равен

$$T = \frac{2\pi \cdot m}{eB}; \quad (7.4)$$

для электрона он зависит только от величины магнитной индукции.

Более сложным оказывается

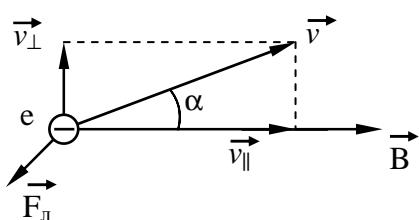


Рисунок 7.1

движение частицы в случае, если вектор скорости направлен под произвольным углом  $\alpha$  к вектору  $\vec{B}$  (см. рис. 7.1). Вектор скорости тогда удобно разложить на две составляющие – продольную (параллельную вектору магнитной индукции)  $v_{\parallel} = v \cdot \cos\alpha$  и поперечную (перпендикулярную направлению поля)  $v_{\perp} = v \cdot \sin\alpha$ . Из формулы (7.2) видно, что сила Лоренца определяется только поперечной составляющей скорости  $v_{\perp}$ . Действие силы Лоренца также изменяет только поперечную составляющую скорости, поворачивает ее в плоскости, перпендикулярной направлению поля. Такое изменение скорости соответствует движению частицы по винтовой линии (рис. 7.2). При этом радиус винтовой линии  $R$  связан

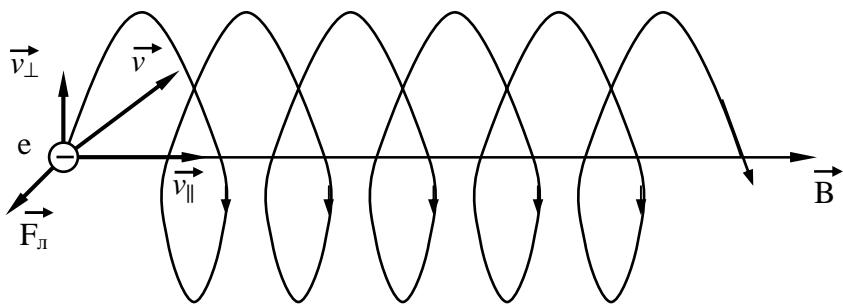


Рисунок 7.2

с поперечной скоростью  $v_{\perp}$  соотношением (7.3), а, значит, период обращения электрона  $T$  тоже определяется формулой (7.4). Соответственно шаг винтовой линии  $h = v_{\parallel} \cdot T$  можно вычислить по формуле

$$h = \frac{2\pi \cdot m \cdot v \cdot \cos\alpha}{eB}. \quad (7.5)$$

При малых углах  $\alpha \cos\alpha \approx 1$ , тогда шаг винтовой линии, по которой движется частица,

$$h = \frac{2\pi \cdot m \cdot v}{eB} \quad (7.6)$$

не зависит от угла между векторами скорости и магнитной индукции. Отсюда следует возможность магнитной фокусировки электронных пучков – все электроны, вылетающие из одной точки под различными, но малыми углами к направлению магнитного поля должны снова собраться в одну точку, находящуюся на расстоянии  $h$ . Но при этом должны быть равны по величине их скорости.

Соотношение (7.3) можно использовать для определения удельного заряда частицы, равного отношению ее электрического

заряда к массе:

$$\frac{q}{m} = \frac{v}{RB}; \quad (7.7)$$

Условия, при которых можно определить скорость электрона, величину магнитной индукции поля, в котором этот электрон движется, и радиус описываемой им окружности, реализуются в магнетроне.

Магнетрон, используемый в данной работе, представляет собой электронную вакуумную лампу-триод, помещенную внутрь соленоида - катушки, по которой протекает создающий магнитное поле электрический ток. Магнитное поле внутри соленоида можно считать однородным, вектор магнитной индукции в любой точке направлен вдоль оси, величина его

$$B = \mu_0 n I; \quad (7.8)$$

$\mu_0$ -магнитная постоянная ( $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м);  $n$  - число витков соленоида, приходящееся на единицу его длины;  $I$ - сила тока в витках.

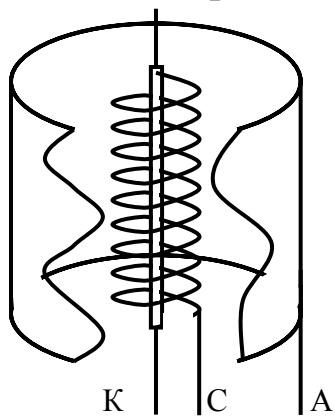


Рисунок 7.3

катодом электронов. Электроны испускаются поверхностью катода с различными скоростями, вероятность, что электрон будет иметь определенное значение скорости, задается распределением Максвелла.

С помощью разности потенциалов  $U$  между катодом и сеткой создается электрическое поле, действие которого на электроны вызывает их направленное движение от катода к аноду. Электрон, покинувший катод с минимальной скоростью, равной нулю, и прошедший от катода до сетки, приобретает кинетическую энергию

$$\frac{mv^2}{2} = eU; \quad (7.9)$$

где  $e$  - заряд электрона. Электроны, покинувшие катод с отличной от нуля скоростью, приобретают такую же дополнительную энергию. Большая часть этих электронов проходит через промежутки между проволоками сетки и попадает в пространство между сеткой и анодом. Минимальная скорость электрона, влетающего в это пространство, определяется из формулы (7.9):

$$v_{\min} = \sqrt{\frac{2eU}{m}}. \quad (7.10)$$

Для определения удельного заряда электрона можно также использовать соотношение (7.6). Для этого следует поместить в соленоид не триод, а электронно-лучевую трубку осциллографа и, изменяя силу тока в обмотке соленоида, наблюдать на экране последствия движения электронов по винтовой линии.

## 7.2 Описание установки и метода измерений

На рис. 7.4 изображена электрическая схема той части установки, в которой используется магнетрон. Левая ее часть служит

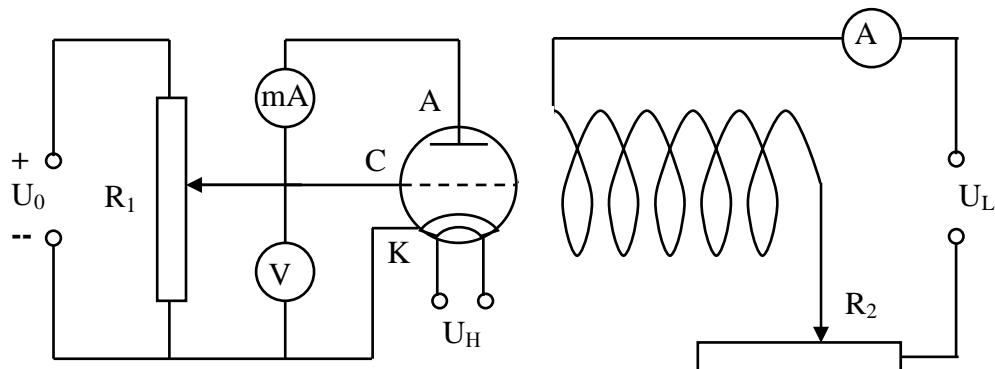


Рисунок 7.4

для создания между сеткой С и катодом К разности потенциалов  $U$ , величина которой регулируется реостатом  $R_1$  и измеряется вольтметром  $V$ . Миллиамперметр  $\text{mA}$  служит для измерения анодного тока. Правая часть схемы предназначена для создания и регулировки реостатом  $R_2$  электрического тока в соленоиде магнетрона  $L$ , сила тока в соленоиде  $I_C$  измеряется амперметром  $A$ . Напряжение  $U_H$  создает ток накала в катоде.

Анодный ток  $I_A$  создается потоком электронов, которые испускаются катодом, ускоряются электрическим полем в пространстве между катодом и сеткой, затем двигаются с постоянной скоростью  $\vec{v}$  от сетки к аноду. Это движение происходит в магнитном поле с величиной индукции  $\vec{B}$ , причем скорость

перпендикулярна вектору магнитной индукции. Действие силы Лоренца на электроны приводит к тому, что траектория его движения превращается в окружность, радиус которой  $R$  определяется из

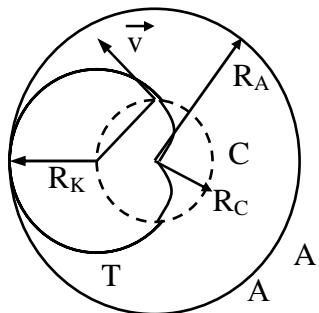


Рисунок 7.5

$$\text{формулы (7.3); } R = \frac{mv}{eB}; \quad (7.11)$$

На рис. 6.5 изображено поперечное сечение магнетрона, где  $R_A$  - радиус анода А;  $R_C$  - радиус сетки С. Электрон, пролетевший сквозь сетку со скоростью  $v$ , движется по траектории Т, радиус которой  $R_K$  называется критическим. Траектория с критическим радиусом касается анода в одной точке.

Расчет показывает, что

$$R_K = \frac{R_A}{2} \left[ 1 + \left( \frac{R_C}{R_A} \right)^2 \right];$$

Радиус траектории, по которой движется электрон, зависит по формуле (7.11) от его скорости и величины магнитной индукции, они, в свою очередь, определяются разностью потенциалов между сеткой и катодом  $U$  и силой тока в соленоиде  $I_C$ . При различных значениях этих величин могут реализоваться две ситуации:

- 1)  $R > R_K$ , в этом случае электрон попадает на анод;
- 2)  $R < R_K$ , электрон не попадает на анод и возвращается к катоду.

Метод измерения удельного заряда электрона с помощью магнетрона предусматривает создание между сеткой и катодом постоянной разности потенциалов  $U$  с последующим измерением зависимости анодного тока  $I_A$  от тока в соленоиде  $I_C$ . Типичный вид этой зависимости приведен на рис. 7.6.

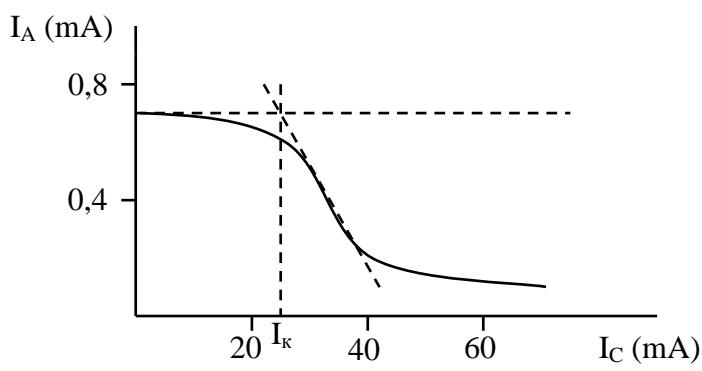


Рисунок 7.6

Увеличение силы тока в обмотке соленоида  $I_C$  приводит к увеличению магнитной индукции  $B$  по закону (7.8). Из формулы (7.11) следует, что при этом уменьшается радиус окружности, по которой движется электрон:

$$R = \frac{mv}{e\mu_0 n I_c}$$

. Пока радиус траектории, по которой электроны движутся с минимальной скоростью  $v_{min}$ , остается большим, чем  $R_K$ , сила анодного тока не изменяется. При равенстве  $R=R_K$  сила тока в соленоиде называется критической, значение ее определяется условием

$$R_K = \frac{mv_{min}}{e\mu_0 n I_K}; \quad (7.12)$$

Если бы все электроны имели одинаковую скорость  $v_{min}$ , превышение током в соленоиде значения  $I_K$  привело бы к полному исчезновению анодного тока. Так как электроны имеют различные скорости, большие  $v_{min}$ , увеличению силы тока в соленоиде при значениях  $I_C > I_K$  приводит к постепенному уменьшению анодного тока. Характер зависимости  $I_A$  от  $I_C$  позволяет определить  $I_K$ , а подстановка в формулу (7.12) выражения (7.10) - получить рабочую формулу для вычисления удельного заряда электрона:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{(\mu_0 n I_K R_K)^2}; \quad (7.13)$$

На рис. 7.7 изображено устройство электронно-лучевой трубы

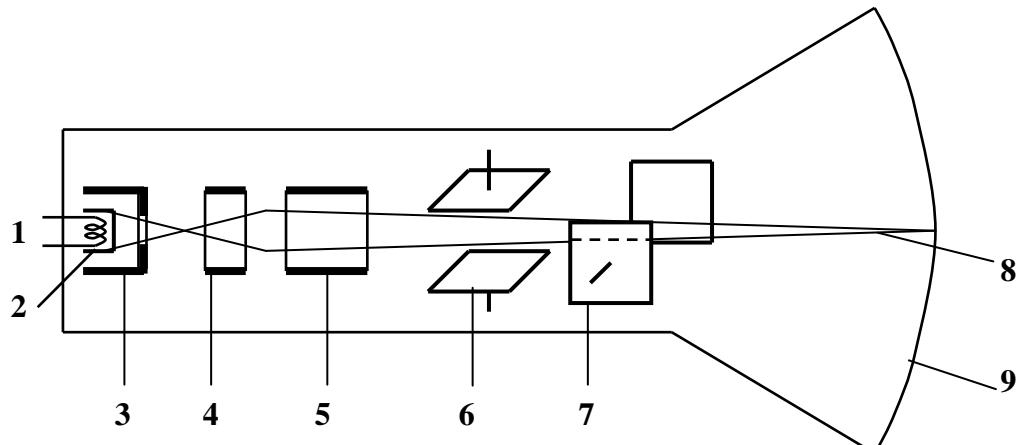


Рисунок 7.7

осциллографа. Она представляет собой стеклянный баллон, из которого выкачен воздух до высокого вакуума. Электроды 2-5 образуют электронную пушку, создающую узкий пучок электронов 8, который фокусируется на экране 9. Экран трубы покрыт флюоресцирующим веществом и поэтому светится в месте попадания в него электронного пучка. Две пары параллельных пластин 6 и 7 служат для отклонения электронного пучка в вертикальном и горизонтальном направлениях.

Электронная пушка содержит в качестве источника электронов катод 2, который раскаляется спиралью 1. Цилиндрический электрод с отверстием 3 выделяет узкий пучок электронов. На него подается отрицательный относительно катода потенциал, изменяя величину которого можно регулировать число электронов в пучке и яркость пятна на экране. Поэтому электрод 3 называется управляющим. На пустотелый цилиндрический анод 5 подается большой положительный потенциал, ускоряющий электроны, анод называется ускоряющим. Второй анод 4 имеет более низкий потенциал, чем анод 5. Он образует электрическое поле, фокусирующее электронный пучок на экране и называется фокусирующим. Потенциалы на всех электродах создаются блоком питания осциллографа и регулируются с помощью ручек на передней панели прибора.

Таким образом, все электроны в электронно-лучевой трубке проходят ускоряющую разность потенциалов между катодом и ускоряющим анодом, они приобретают кинетическую энергию, задаваемую формулой (7.9). Ускоряющая разность потенциалов определяется конструкцией осциллографа, ее значение приведено в таблице параметров установки. На горизонтальные пластины подается переменное напряжение, которое вызывает отклонения электронного пучка в вертикальном направлении, из-за него светящаяся точка на экране осциллографа превращается в вертикальную линию. Расстояние от точки отклонения до экрана  $L=203$  мм. В данной установке электронно-лучевая трубка находится внутри соленоида, создающего магнитное поле с индукцией, которая определяется формулой (7.8). Все электроны, изменившие свое направление движения из-за действия электрического поля горизонтальных пластин, должны пройти по винтовым линиям с одинаковым шагом  $h$  и собраться после этого в одной точке. Если шаг винтовой линии совпадает с величиной  $L$ , то эта точка находится на экране, т.е. на экране осциллографа вертикальная линия снова превратится в точку. Это позволяет определить величину  $h$ . Из формулы (7.6) следует

$$\frac{e}{m} = \frac{2\pi \cdot v}{hB}.$$

Отсюда с учетом соотношений (7.8) и (7.9) получаем

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 U}{(\mu_0 n I \cdot h)^2}; \quad (7.14)$$

### 7.3 Порядок выполнения работы

#### Задание 1. Определение удельного заряда электрона с помощью магнетрона

- Собрать цепь по схеме, изображенной на рис. 7.4 (регуляторы напряжения  $R_1$  и тока  $R_2$ , а также вольтметр  $V$  могут быть вмонтированы в источники питания). После проверки цепи преподавателем включить источники питания.
- Установить значения напряжения накала  $U_H$  и разности потенциалов между сеткой и катодом  $U$ , указанные в таблице, имеющейся на установке. Записать значения  $U$  в табл. 7.1.

**Таблица 7.1**

$U$ , В	$n$ , $m^{-1}$	$R_k$ , м	$\mu_0$ , Гн/м	$I_k$ , А

- Из таблицы на установке перенести в табл. 7.1 значения числа витков на единицу длины соленоида и критического радиуса траектории электрона  $R_k$ . Записать в табл. 7.1 значения магнитной постоянной  $\mu_0$ .
- В указанных преподавателем пределах изменять регулярным образом силу тока в соленоиде  $I_C$ . Значения  $I_C$  и соответствующие им значения анодного тока  $I_A$  записать в табл. 7.2
- По данным табл. 7.2 построить график зависимости  $I_A$  от  $I_C$ , руководствуясь при этом правилами, изложенными в Приложении 1 данных методических указаний.

**Таблица 7.2**

$I_C$ , А				
$I_A$ , мА				

- Из точки вертикальной оси графика, соответствующей значению  $I_A$  при токе в соленоиде  $I_C = 0$ , провести прямую, параллельную горизонтальной оси, а затем прямую, продолжающую участок графика с наибольшим наклоном кривой. Вторую прямую вести до пересечения с первой, из точки пересечения опустить перпендикуляр на горизонтальную ось (см. рис. 7.6). Значение, соответствующее положению перпендикуляра, считать величиной  $I_k$ , записать его в табл. 7.1.

- Вычислить удельный заряд электрона, подставив в формулу (7.8) значения величин из табл. 7.1.
- Вычислить удельный заряд электрона по табличным значениям  $e$  и  $m$ , сравнить с результатами измерений.

## **Задание 2. Определение заряда электрона с помощью электронно-лучевой трубки**

- Подключить к выводам обмотки соленоида на передней панели осциллографа источник питания, амперметр реостат в соответствии с правой частью схемы на рис. 7.4.
- Из таблицы на установке перенести в табл. 7.3 значения ускоряющего напряжения, числа витков на единицу длины соленоида и расстояния от точки отклонения электронного пучка до экрана электронно-лучевой трубы  $L$ . Записать в табл. 7.3 значения магнитной постоянной  $\mu_0$ .

**Таблица 7.3**

$U, \text{ В}$	$n, \text{ м}^{-1}$	$L, \text{ м}$	$\mu_0, \text{ Гн/м}$

- Включить осциллограф, прогреть его 2-3 минуты до появления на экране светящегося пятна. Регулятором «Фокус» на передней панели осциллографа сфокусировать пятно в точку.
- Переключатель «Делитель» установить в положение «Калибр». Регулятором «Калибровка амплитуды» длину вертикальной риски на экране довести до 40 мм.
- Подать напряжение на соленоид, внутри которого находится электронно-лучевая трубка. Установить минимально возможную силу тока в нем.
- Увеличивать силу тока в соленоиде пока линия на экране не превратится в точку. Записать в табл. 7.4 соответствующее значение силы тока  $I$  и шага винтовой линии  $h=L$ .
- Продолжить увеличение силы тока в соленоиде пока появившаяся на экране линия не превратится снова в точку. Записать в табл. 7.4 второе значение силы тока  $I$  и шага винтовой линии  $h=L/2$ .

**Таблица 7.4**

№	I, А	h, м	e/m, Кл/кг	Δe/m
1				
2				
3				
Ср.				

8. Продолжить увеличение силы тока в соленоиде пока появившаяся на экране линия не превратится снова в точку. Записать в табл. 7.4 третье значение силы тока I и шага винтовой линии  $h=L/6$ .
9. По формуле (7.14) вычислить три значения удельного заряда электрона и записать в табл. 7.4.
10. Определить среднее значение удельного заряда электрона, абсолютные погрешности отдельных измерений, среднюю абсолютную и относительную погрешности. Записать конечный результат в стандартной форме.

#### **4. Контрольные вопросы**

1. Что такое удельный заряд частицы?
2. Как устроен магнетрон?
3. Как движется электрон в пространстве между катодом и сеткой? Чему равна приобретаемая электроном скорость?
4. Какая сила определяет движение электрона между сеткой и анодом магнетрона? Как движется электрон под действием этой силы?
5. Каким образом зависит анодный ток в магнетроне от силы тока  $I_C$  в соленоиде? Почему?
6. Каким образом зависит радиус кривизны траектории электрона от его скорости и от величины вектора магнитной индукции?
7. Как зависит величина магнитной индукции поля, создаваемого соленоидом, от силы тока в обмотке?
8. По какой траектории движется электрон в электронно-лучевой трубке, находящейся в продольном магнитном поле? Какими величинами определяются параметры этой линии?

## **8. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 55.**

### **Определение скорости звука в воздухе методом сложения взаимно-перпендикулярных колебаний**

**Цель работы:** изучить вопросы теории волновых процессов и теорию сложения взаимно перпендикулярных колебаний, определить скорость звука в воздухе.

#### **8.1 Краткие теоретические сведения.**

Волны - это процесс распространения колебаний. Природа колебаний определяет собой природу волнового процесса. Независимо от физической природы волновые процессы имеют подобное математическое описание. Механические волны представляют собой процесс распространения механических колебаний в упругих средах. Механические колебания частотного диапазона от 14 Гц до 20 кГц производят субъективные ощущения звука в органах слуха и по этой причине называются звуковыми или просто звуком. Соответствующие этому диапазону волны также называют звуковыми.

Основываясь на закономерностях гармонического анализа, сложный волновой процесс может быть представлен как суперпозиция простейших гармонических волн. По этой причине самые общие закономерности волновых процессов могут быть получены при изучении гармонических волн.

Гармонические волны есть результат распространения гармонических колебаний. Колебания, возбужденные в некоторой части упругой среды, благодаря наличию упругих связей между ее частицами, распространяются от источника колебаний на периферию со скоростью передачи упругих взаимодействий  $v$  в соответствующей среде. Так как вынужденные колебания совершаются с частотой вынуждающей силы, то постепенно все точки среды будут совершать те же колебания, что и центр, но с задержкой во времени  $\Delta t = x/v$ , где  $x$  - расстояние до соответствующей точки.

Распространение упругих волн в среде не связано с переносом вещества. В неограниченной среде оно состоит в вовлечении в

вынужденные колебания все более и более удаленных от источника волн частей среды. При этом можно отвлечься от дискретного (молекулярного) строения среды, рассматривая ее как сплошную среду, непрерывно распределенную в пространстве и обладающую определенными упругими свойствами. Под частицей такой среды, совершающей вынужденные колебания, понимают малый элемент ее объема, размеры которого, однако, во много раз больше межмолекулярных расстояний, так что в нем содержится очень большое число молекул. Практически частицы среды можно считать точечными, так как даже в газе межмолекулярные расстояния крайне малы.

Упругая волна называется продольной, если частицы среды колеблются в направлении распространения волны. Продольные волны связаны с объемной деформацией упругой среды и потому могут распространяться в любой среде — твердой, жидкой и газообразной. Примером являются звуковые волны в воздухе.

Упругая волна называется поперечной, если частицы среды колеблются перпендикулярно к направлению распространения волны. Поперечные волны связаны с деформацией сдвига и, следовательно, могут образовываться и распространяться только в твердых средах.

Уравнением упругой волны называется зависимость от координат и времени скалярных или векторных величин, характеризующих колебания среды при прохождении в ней рассматриваемой волны. Например, для волн в твердой среде такой величиной может служить вектор смещения частицы среды из положения равновесия или три его проекции на оси координат. Для характеристики продольных волн в газе или жидкости обычно пользуются избыточным давлением колеблющейся среды, равным разности между ее переменным и равновесным давлениями.

Лучом называется линия, касательная к которой в каждой ее точке совпадает с направлением распространения волны, т.е. с направлением переноса энергии волной. В однородной среде лучи имеют вид прямых линий.

Волновой поверхностью называется геометрическое место точек, в которых фаза колебаний имеет одно и то же значение. Для всех точек одной волновой поверхности величина  $\Delta t$  одинакова. Через каждую точку среды, охваченной волновым движением,

можно провести одну волновую поверхность, соответствующую значению фазы колебаний в этой точке в рассматриваемый момент времени. Множеству различных значений фазы колебания соответствует семейство волновых поверхностей. В однородной изотропной среде волновые поверхности ортогональны лучам.

В волновом процессе колебания среды распространяются на все новые области. Поверхность, которой достигла волна в данный момент времени и которая разделяет собой точки возмущенной среды от точек среды, не охваченных волновым процессом, называется фронтом волны. Все точки фронта волны колеблются в одинаковой фазе. По этой причине фронт волны является одной из волновых поверхностей.

Волна называется плоской, если ее волновые поверхности представляют совокупность плоскостей, параллельных друг другу. В плоской волне, распространяющейся вдоль оси ОХ, все величины, характеризующие колебательное движение среды, зависят только от времени  $t$  и координаты  $x$  рассматриваемой точки М среды. Если нет поглощения волн в среде (IV.3.3.7°), то колебания в точке М отличаются от колебаний в начале координат О только тем, что они сдвинуты по времени на  $\Delta t$ . Уравнение плоской синусоидальной волны, распространяющейся в непоглощающей среде вдоль положительного направления оси ОХ,

$$S = A \cos(\omega(t - \Delta t) + \varphi_0) = A \cos(\omega t - \frac{2\pi}{T}x + \varphi_0), \quad (8.1)$$

где  $A=\text{const}$  — амплитуда колебаний, называемая амплитудой волны,  $\omega=2\pi/T$  — циклическая (круговая) частота волны,  $T$  — период колебаний, а  $\varphi_0$  — начальная фаза колебаний (в момент времени  $t=0$ ) в точках координатной плоскости  $x:=0$ .

$$\text{Расстояние } \lambda = vT, \quad (8.2)$$

на которое распространяется синусоидальная волна за время, равное периоду колебаний, называется длиной волны. Длина волны равна расстоянию между двумя ближайшими точками среды, в которых разность фаз колебаний равна  $2\pi$ .

Наряду с длиной волны используется другая характеристика синусоидальной волны — волновое число

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\omega}{v}.$$

Поэтому уравнение плоской синусоидальной волны можно также представить в виде:

$$S = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0).$$

Волновым вектором называется вектор  $\vec{k}$ , по модулю равный волновому числу  $k$  и направленный вдоль луча в рассматриваемой точке М среды. Волновой вектор плоской синусоидальной волны не зависит от выбора точки М, и уравнение такой волны можно записать в форме:

$$S = A \cos(\omega t - \vec{k}\vec{x} + \alpha).$$

где  $\vec{r}$  — радиус-вектор точки М, а  $\alpha$  — начальная фаза колебаний в начале координат, т. е. в точке  $\vec{r}=0$ .

Волна называется сферической, если ее волновые поверхности имеют вид концентрических сфер. Центр этих сфер называется центром волны. Такого рода волны возбуждаются в однородной изотропной среде единственным точечным источником. Уравнение расходящейся синусоидальной сферической волны имеет вид:

$$S = \frac{a_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha),$$

где  $r$  — расстояние от центра волны до рассматриваемой точки М среды,  $A(r)=a_0/r$  — амплитуда волны,  $a_0$  — физическая величина, численно равная амплитуде волны на единичном расстоянии от ее центра,  $\alpha$  — начальная фаза колебаний в центре волны.

Реальные источники волн всегда имеют конечные размеры. Однако их можно считать точечными, а волны, возбуждаемые ими в однородной изотропной среде, — сферическими, если расстояние  $r$  от источника до рассматриваемых точек среды значительно больше размеров источника. Если  $r$  очень велико, то любые малые участки волновых поверхностей практически можно считать плоскими.

Скорость в распространения синусоидальной волны называется фазовой скоростью. Она равна скорости перемещения в пространстве точек поверхности, соответствующей любому фиксированному значению фазы синусоидальной волны. Например, в случае плоской синусоидальной волны из условия  $\omega t + kx + \varphi_0 = \text{const}$  следует, что

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = v.$$

Фазовая скорость звуковых волн (скорость звука) в жидкости

или газе

$$v = \sqrt{\frac{K}{\rho}},$$

где  $\rho$  – плотность невозмущенной среды, К – модуль объемной упругости среды. Для звуковых волн, частоты которых  $v > 16$  Гц, процесс деформации газовой среды можно считать адиабатическим, соответственно

$$K = -V \left( \frac{dp}{dV} \right)_{\text{АДИАБ}}.$$

Здесь берется производная давления газа по объему при адиабатическом процессе. Скорость звука в идеальном газе

$$v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}, \quad (8.2)$$

где  $\gamma$  – коэффициент Пуассона (для воздуха  $\gamma=1,4$ ), R – универсальная газовая постоянная ( $R = 8,31$  Дж/(К моль)), Т – абсолютная температура,  $\mu$  – молярная масса газа (для воздуха  $\mu=29$  г/моль).

## 8.2 Описание установки и метода измерений

Для определения скорости звука в данной работе использован метод, называемый методом сложения взаимно перпендикулярных колебаний. В нем скорость звука в воздухе определяется из формулы

$$v = \lambda v \quad (8.4)$$

которая следует из определения длины волны (8.2). Частота звука  $v$  задается генератором звуковых колебаний, и проблема сводится к определению длины волны  $\lambda$ . Именно длина волны определяется методом сложения взаимно перпендикулярных колебаний.

Для реализации метода используется экспериментальная установка, схема которой представлена на рис. 8.1.

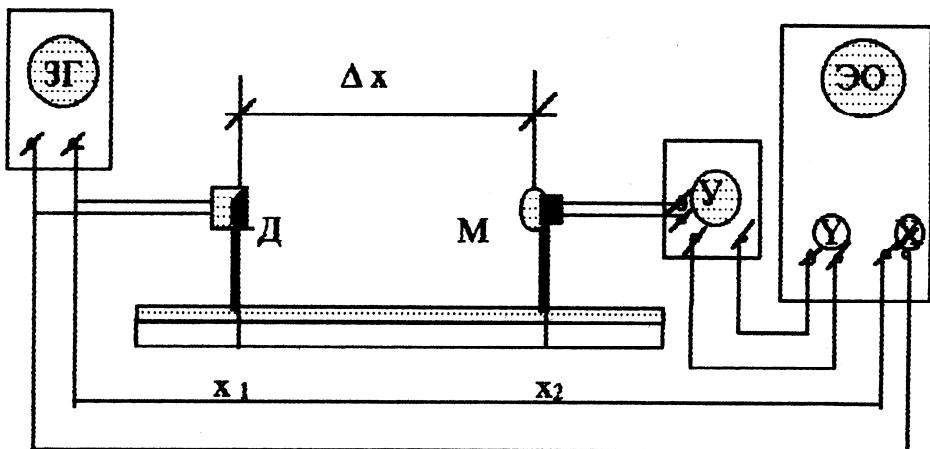


Рисунок 8.1

Электрические колебания звуковой частоты задаются генератором звуковых колебаний ЗГ. Сложение колебаний осуществляется в электронном осциллографе ЭО, на вход усилителя горизонтальных колебаний которого «Вход X» подаются колебания заданной частоты непосредственно от ЗГ. Параллельно колебания подаются на динамик Д, установленный на оптической скамье, где электрические колебания превращаются в механические звуковые. Звуковые колебания, распространяясь в воздухе, достигают микрофона М, который находится на этой же оптической скамье. Здесь звуковые колебания превращаются в электрические и после предварительного усиления в усилителе низких частот УНЧ подаются на вход усилителя вертикальных колебаний "Вход Y" ЭО.

Так как в системе на всех участках возникают вынужденные колебания, то их частота одинакова. Колебания на динамике и горизонтально отклоняющих пластинах происходят в одинаковой фазе. На микрофоне, а значит, на вертикально отклоняющих пластинах, колебания происходят с задержкой по фазе  $\Delta\phi$ , которая определяется расстоянием  $x$ , которое проходит звуковая волна, т.е. расстоянием между динамиком и микрофоном. Из формулы плоской волны (8.1) следует, что

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} x. \quad (8.5)$$

Если величина  $x$  содержит целое число длин волн, то задержка по фазе  $\Delta\varphi$  будет равна четному числу  $\pi$ .

Изменяющееся по гармоническому закону напряжение, подаваемое на входы осциллографа, вызывает гармонические колебания светящейся точки на экране осциллографа в горизонтальном и вертикальном направлениях. Зависимость координат точки от времени дается уравнениями

$$x = A_1 \cos \omega t \quad (8.6)$$

$$y = A_2 \cos(\omega t + \Delta\varphi) \quad (8.7)$$

где  $A_1$  и  $A_2$  - амплитуды складываемых колебаний;  $\Delta\varphi$  - разность их фаз.

Уравнения (8.6) и (8.7) представляют собой уравнение плоской кривой в параметрической форме. Чтобы получить это уравнение в явном виде, необходимо исключить из этих уравнений параметр  $t$ . С этой целью выразим из уравнения (8.6):

$$\cos \omega t = x / A_1; \quad \sin \omega t = \sqrt{1 - (x / A_1)^2}$$

и подставим в уравнение (8.7), преобразованное как косинус суммы двух углов:

$$y / A_2 = \cos \omega t \cos \Delta\varphi + \sin \omega t \sin \Delta\varphi = x / A_1 \cos \Delta\varphi + \sqrt{1 - (x / A_1)^2} \sin \Delta\varphi$$

или

$$y / A_2 - x / A_1 \cos \Delta\varphi = \sqrt{1 - (x / A_1)^2} \sin \Delta\varphi$$

После возведения в квадрат обеих частей равенства и соответствующих математических преобразований получим:

$$x^2 / A_1^2 + y^2 / A_2^2 - 2xy / A_1 A_2 \cos \Delta\varphi = \sin^2 \Delta\varphi \quad (8.8)$$

Уравнение (8.8) представляет собой уравнение эллипса, оси которого повернуты относительно осей координат. Ориентация осей и соотношение их размеров зависят от величин амплитуд и сдвига фаз. Но эллипс должен всегда располагаться внутри прямоугольника со сторонами, равными по длине удвоенным амплитудам (см. рис. 8.2).

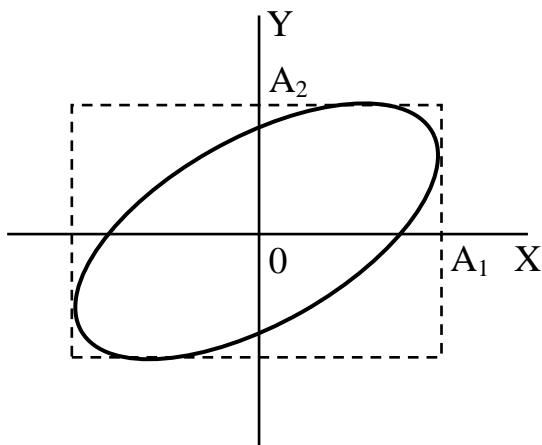


Рисунок 8.2

Рассмотрим частные случаи.

1. Разности фаз  $\Delta\varphi = 0, 2\pi, \dots, 2m\pi$ ,  $m=0, 1, 2, \dots$  Уравнение (8.8) представляет собой уравнение прямой, проходящей в первой и третьей четвертях (рис.8.3 ,а):

$$y = (A_2 / A_1)x$$

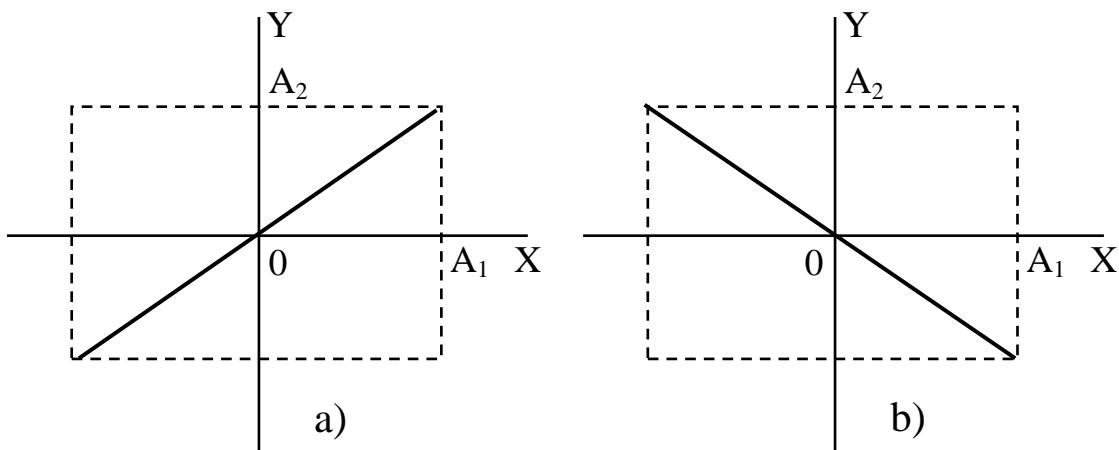


Рисунок 8.3

2. Разность фаз  $\Delta\varphi = \pi; 3\pi, \dots, (2m-1)\pi$ ;  $m=1, 2, 3, \dots$  Уравнение (8.8) переходит в уравнение прямой, проходящей во второй и четвертой четвертях (рис.8.3, б):

$$y = -(A_2 / A_1)x$$

В обоих этих случаях точка совершает гармонические колебания вдоль указанных прямых с частотой складываемых колебаний, с амплитудой  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$  и с начальной фазой равной  $\Delta\varphi$ , исследуемой в этом пункте.

3. Разности фаз  $\Delta\varphi = \pi/2, 3\pi/2, \dots, (2m+1)\pi/2$ ,  $m=1, 2, 3, \dots$  Уравнение (8.8) переходит в уравнение эллипса, симметричного относительно осей координат, с полуосами, равными соответствующим амплитудам складываемых колебаний (рис. 8.4).

При условии равенства

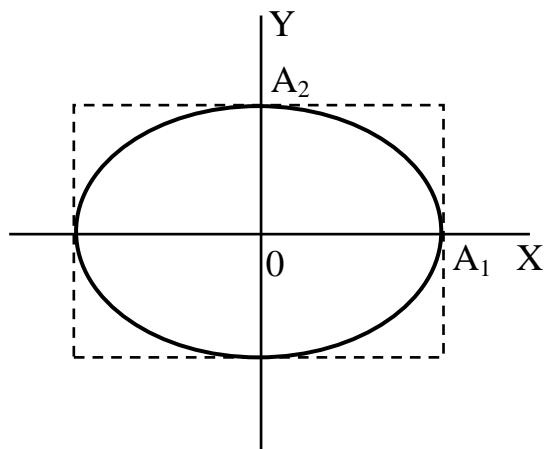


Рисунок 8.4

амплитуд эллипс переходит в окружность.

Электронный луч осциллографа, участвуя в двух взаимно перпендикулярных колебаниях вдоль осей X и Y с одинаковой частотой, будет описывать на экране траекторию, вид которой зависит от разности фаз колебаний, подаваемых от микрофона и звукового генератора. Разность фаз, в свою очередь, зависит от расстояния  $x$  между динамиком и микрофоном.

При изменении этого расстояния форма траектории будет меняться. Наименьшее же расстояние  $\Delta X_{\min}$  между соседними положениями микрофона, при которых на экране осциллографа траектория луча будет представлять собой одинаково ориентированную прямую, (разность фаз увеличится на  $2\pi$ ), является длиной звуковой волны в воздухе:

$$\lambda = \Delta X_{\min} \quad (8.9)$$

### 8.3 Порядок выполнения работы

1. Собрать установку по схеме (см. рис.8.1).
2. Включить звуковой генератор ЗГ, усилитель У и осциллограф ЭО.
3. Установить на ЗГ частоту 2000 Гц.
4. Ручками "Рег. напряжения" на звуковом генераторе ЗГ и "Усиления" на осциллографе добиться появления эллипса на экране осциллографа.
5. Установить микрофон М на расстоянии 4-5 см от динамика Д.
6. Перемещая микрофон, добиться появления на экране ЭО прямой линии. Замерить расстояние X между микрофоном М и динамиком Д. Опыт повторить три раза. Найти среднее значение  $X_1$ .
7. Перемещая микрофон дальше, снова получить прямую, ориентированную подобным образом. Замерить расстояние  $X_2$  между микрофоном М и динамиком Д. Опыт повторить три раза. Найти среднее значение.
8. По формуле (8.9) определить длину волны, считая  $\Delta X_{\min} = X_{2\tilde{\delta}} - X_{1\tilde{\delta}}$ .
9. Результаты опыта и расчетов занести в табл. 8.1.

**Таблица 8.1**

Номер опыта	$\nu$ , Гц	$x_1$ , м	$x_2$ , м	$\Delta x_{\min}$ , м	V, м/с	$\Delta V$ , м/с	$\varepsilon$ , %
1	2000						
2	2500						
3	3000						
				Среднее			

10. Установить частоту 2500 Гц и повторить опыт.
11. Установить частоту 3000 Гц и повторить опыт.
12. Вычислить среднее значение скорости  $V_{cp}$ ; абсолютные погрешности измерений  $\Delta V = |V - V_{\tilde{n}\delta}|$  для каждого из полученных значений скорости, а также их среднее значение  $\Delta V_{\tilde{n}\delta}$ ; относительную погрешность  $\varepsilon = \Delta V_{\tilde{n}\delta} / V_{\tilde{n}\delta}$ . Результаты вычислений занести в табл.8.1.
13. Записать ответ в стандартной форме.

#### 8.4 Контрольные вопросы

1. Какова цель работы?
2. Что такое звук и от чего зависит скорость звука в воздухе?
3. Что такое упругая волна и какие волны называются звуковыми?
4. Как выглядит уравнение плоской монохроматической бегущей волны?
5. Что такое длина волны, волновое число и волновой вектор?
11. В чем сущность экспериментального метода в определении скорости звука в данной работе?
7. Что представляет собой экспериментальная установка? Каков ход работы?
8. Какие колебания называются гармоническими?
9. Какие колебания складываются в данной работе? Как можно изменить разность фаз складываемых колебаний?
10. Как определить с помощью установки длину волны  $\lambda$ ; ее половину  $\lambda/2$ ; ее четверть  $\lambda/4$ ?

## **9.ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 63**

### **Определение длины световой волны с помощью дифракционной решетки**

**Цель работы:** ознакомиться с явлением дифракции при прохождении света сквозь дифракционную решетку, опытным путем определить длины волн красного и фиолетового света.

#### **9.1 Краткие теоретические сведения**

Прежде, чем начинать изучение данного раздела, следует восстановить в памяти описание явления интерференции, содержащийся в разделе «Краткие теоретические сведения» к лабораторной работе № 62.

Визуально свет воспринимается и наглядно изображается как совокупность прямых линий – лучей, которые выходят во всех направлениях из точечных источников света. В роли источников выступают все точки поверхности тела, которое светится, или будучи раскаленным, или отражая свет, который приходит от других тел. Тело в целом также может восприниматься как точечный источник света, если расстояние до него значительно превосходит его размеры. Именно лучи света в однородной прозрачной среде олицетворяют прямые линии, являются эталоном геометрической прямой.

Лучи от точечного источника света, который находится в однородной прозрачной среде, пронизывают все точки окружающего пространства. Но, встретив непрозрачное тело они поглощаются и за непрозрачным телом возникает зона геометрической тени. Границы теневой зоны образуются всеми прямыми линиями – лучами, касательными к поверхности непрозрачного тела. В соответствии с законами геометрической оптики свет не может огибать непрозрачные препятствия и заходить в зону геометрической тени. Однако эксперимент показывает, что это не так, свет огибает непрозрачные препятствия.

Явление отклонения света от прямолинейного пути распространения вследствие огибания непрозрачных препятствий и заходления света в зону геометрической тени называется дифракцией

света. Это явление полностью объясняется в рамках волновой теории света. В основе объяснения и количественного описания дифракции света лежит принцип Гюйгенса-Френеля.

- 1) Свет есть волновое возбуждение, которое распространяется в пространстве. Каждая точка пространства, до которой дошел фронт волны в данный момент, становится точечным источником вторичных волн. Новый фронт волны через малый промежуток времени образуется как огибающая фронтов вторичных волн от всех точек начального фронта волны.
- 2) Интенсивность света в произвольной точке пространства может быть определена как результат интерференции вторичных световых волн, которые приходят в данную точку от всех точек одной из волновых поверхностей, расположенной между точкой пространства и источником света. При этом интенсивность вторичных волн равна нулю в направлении источника света, приобретает максимальные значения для противоположного направления и почти не отличается от нуля в направлениях касательной в волновой поверхности.

Первая часть принципа сформулирована Гюйгенсом. Она позволяет

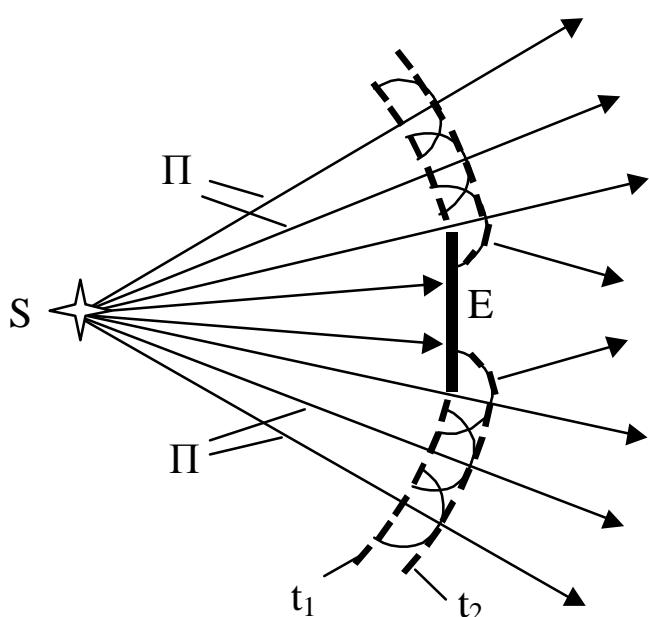


Рисунок 9.1

дать только качественное объяснение дифракции света. На рисунке 9.1 изображен точечный источник света  $S$ , он является центром фронта световой волны, который имеет сферическую форму. Фронт волны движется, расширяясь, в направлениях, обозначенных световыми лучами  $\Pi$ , лучи перпендикулярны фронту волны в каждой его точке. Пунктирные линии показывают положения фронта волны в моменты времени  $t_1$  и  $t_2$ . В момент  $t_1$  фронт волны достигает непрозрачного экрана  $E$  и частично задерживается им, образуется зона геометрической тени. Фронт световой волны в момент  $t_2$  строится как огибающая всех сферических фронтов вторичных волн. Далеко от краев

непрозрачного экрана  $E$  и частично задерживается им, образуется зона геометрической тени. Фронт световой волны в момент  $t_2$  строится как огибающая всех сферических фронтов вторичных волн. Далеко от краев

непрозрачного экрана он, как и в момент  $t_1$ , имеет форму сферической поверхности с центром  $S$ , что соответствует прямолинейному распространению света. Но около краев непрозрачного экрана сферическая форма фронта волны нарушается. И это соответствует появлению световых волн, которые изменили свое направление и зашли в область геометрической тени.

По определению волновая поверхность – это геометрическое место точек, в которых связанные с распространением волны колебания происходят в одной фазе. В соответствии с принципом Гюйгенса-Френеля эти точки являются когерентными источниками вторичных волн. В каждой точке пространства накладываются вторичные волны от всех точек волновой поверхности и происходит их интерференция. Результатом интерференции является появление максимумов и минимумов интенсивности света. Эти максимумы и минимумы наблюдаются, если зона геометрической тени пересекается белым экраном, на котором появляется тень непрозрачного тела – темное пятно, которое повторяет его форму. Вследствие дифракции границы тени не просто утрачивают четкость, а превращаются в систему параллельных темных и светлых полос. В обычных условиях эта система имеет очень маленькую общую ширину и маскируется расплыванием границы тени вследствие неточечности реальных источников света.

Френель разработал упрощенный метод, который позволяет рассчитывать результаты интерференции вторичных волн для всех точек экрана, на котором наблюдается тень от непрозрачного тела. Называется он метод зон Френеля. Для расчетов используется волновая поверхность, которая частично перекрывается непрозрачным телом. Выбирается точка экрана, для которой будет определяться интенсивность света и относительно этой точки открытая часть волновой поверхности разделяется на зоны Френеля. Границы зон Френеля проводятся таким образом, чтобы вторичные волны от середин соседних зон приходили в выбранную точку экрана с разностью хода  $\lambda/2$ , то есть интерференция их должна приводить к взаимному ослаблению. На рисунке 9.2 изображено прохождение света от точечного источника  $S$  через круглое отверстие радиуса  $R$  в диафрагме  $D$ . Рассчитываем результат интерференции вторичных волн в точке экрана  $P$ , которая лежит напротив центра отверстия. Волновая поверхность Х.П., которая является источником вторичных

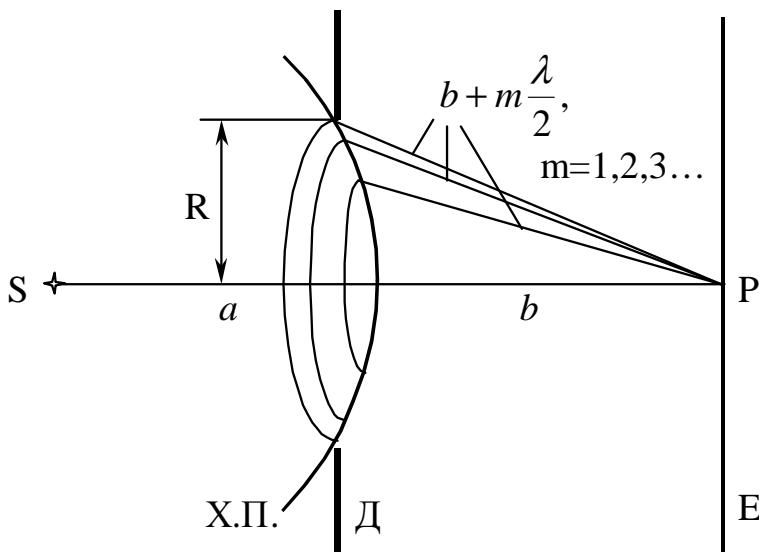


Рисунок 9.2

волной поверхности имеют форму колец, границы которых прорезаны как ножкой циркуля отрезками  $b + m\lambda/2$ , где  $m=1, 2, 3, \dots$ . Радиус  $m$ -й зоны Френеля

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} m\lambda. \quad (9.1)$$

Отсюда определяется число зон Френеля, которые помещаются в круглом отверстии радиуса  $R$

$$m = \frac{R^2}{\lambda} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right). \quad (9.2)$$

Полная интенсивность вторичных волн, которые приходят в точку  $P$  от одной зоны Френеля, должна быть пропорциональна ее площади. Можно доказать, что при малых номерах  $m$  площадь зоны Френеля не зависит от номера. Это приводит к практически полному взаимному уничтожению в точке  $P$  вторичных волн от двух соседних зон Френеля вследствие интерференции. Если в отверстии диафрагмы укладывается четное число зон Френеля, в центре экрана наблюдается минимум интенсивности света, темное пятно. Нечетность числа зон Френеля в отверстии диафрагмы приводит к появлению в центре экрана максимума интенсивности. Расчет для соседних точек показывает, что вокруг центрального темного или светлого кольца должна появляться концентрическая система темных и светлых колец, что соответствует действительности.

волн, - это сферическая поверхность с радиусом  $a$ , она касается края круглого отверстия. В точку  $P$  приходят вторичные волны лишь от той части волновой поверхности, которая помещается в отверстии. Наименьшее расстояние от волновой поверхности до точки  $P$  равняется  $b$ . Зоны Френеля на

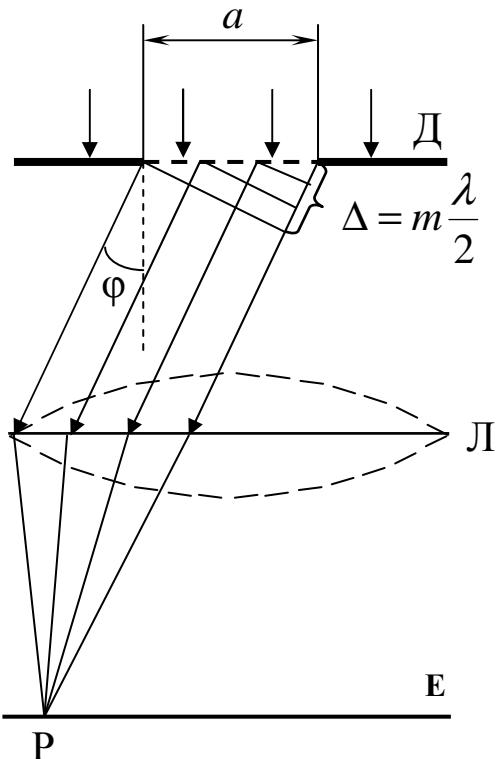


Рисунок 9.3

Еще один простой случай дифракции описал Фраунгофер. На рисунке 9.3 изображено падение плоской световой волны (волновые поверхности имеют форму плоскостей) на непрозрачный экран Д с отверстием в форме щели шириной  $a$ . Площадь щели является волновой поверхностью, будем считать ее совокупностью когерентных точечных источников вторичных волн. Эти волны распространяются во всех направлениях и попадают на линзу Л. За линзой, в ее фокальной плоскости, находится экран наблюдения Е. В каждой точке экрана линза собирает вторичные волны, которые распространяются в одном из направлений. На рисунке они изображены с помощью лучей, которые отклонились от прямолинейного пути распространения на угол  $\phi$ . Если бы эти лучи соответствовали плоской волне, собирание их линзой в точке экрана Р привело бы к появлению в ней максимума интенсивности, в котором сконцентрировалась бы полная энергия волны. Условием появления максимума является одинаковая фаза колебаний вторичных волн, которые накладываются, а значит линза не может создавать дополнительную разность хода для параллельных лучей, которые проходят через нее. Однако на рисунке 9.3 параллельные лучи, которые отклоняются на угол  $\phi$ , соответствуют не плоской волне, а совокупности вторичных волн от разных точек плоскости щели, они имеют отличную от нуля разность хода. Для граничных лучей эта разность равна  $\Delta = a \sin \phi$ . Р приводит к интерференции, результат которой определяется методом зон Френеля. Зоны Френеля в данном случае имеют форму прямоугольников одинаковой ширины, вытянутых вдоль щели. Число их находим из условия  $\Delta = m\lambda/2$  ( $m$  – целое число), по которому мы можем разделить площадь щели на такие прямоугольники с помощью расположенных на расстоянии  $\lambda/2$  линий, перпендикулярных лучам (см. рисунок 9.3, там таких линий и зон Френеля три). Четное число

зон Френеля и приводит к тому, что вторичные волны, которые отклонились на соответствующий угол  $\phi$ , собранные линзой в точку Р дают минимум интенсивности света. Отсюда условие возникновения дифракционного минимума k-го порядка

$$a \sin \phi_k = \pm k\lambda ; m=1,2,3,\dots \quad (9.3)$$

Напротив щели на экране Е возникает центральный максимум интенсивности света, угловая ширина которого определяется положениями минимумов первого порядка, то есть  $-\phi_1 < \phi < \phi_1$ , тут  $\phi_1 = \arcsin(\lambda/a)$ . Следует отметить, что при ширине щели  $a < \lambda$ , Дифракционные минимумы, которые ограничивали бы центральный максимум, вообще не возникают. В этом случае свет распространяется во всех направлениях, щель превращается в линейный источник света. При  $a > \lambda$  почти вся световая энергия приходится на центральный максимум. Но параллельно его краю проходят светлые и темные полосы дополнительных максимумов и минимумов.

Описание дифракции, данное Фраунгофером, - одна из основ теории создания изображения оптическими приборами, прежде всего телескопами и микроскопами.

## 9.2 Описание установки и метода исследования

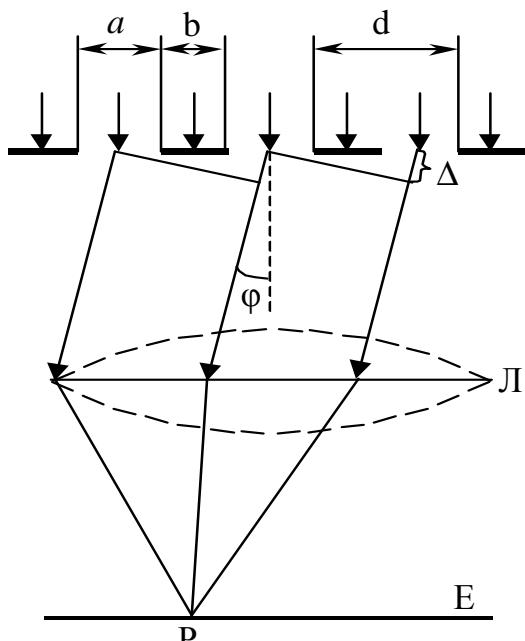


Рисунок 9.4

Одномерной дифракционной решеткой называется система, которая состоит из большого числа параллельных щелей одинаковой ширины, разделенных также одинаковыми непрозрачными промежутками. Такая система изображена на рисунке 9.4,  $a$  – ширина щели,  $b$  – ширина непрозрачного промежутка,  $d = a + b$  называется постоянной решетки. Постоянная решетки равняется расстоянию между серединами соседних щелей. Общая ширина решетки  $Nd$ ,  $N$  – полное

число щелей в решетке.

На дифракционную решетку направляется плоская световая волна таким образом, что плоскость решетки становится одной из волновых поверхностей. Вследствие дифракции часть света изменяет направление распространения, щели решетки превращаются в источники вторичных волн, которые распространяются во всех направлениях. Они попадают на линзу  $L$ , в фокальной плоскости которой находится экран  $E$  для наблюдения дифракционной картины. Линза фокусирует в разных точках экрана параллельные лучи, которые распространяются от всех щелей отклонившись на один угол  $\varphi$ . Эти лучи соответствуют когерентным волнам и, накладываясь в точке  $P$ , интерферируют с образованием максимума или минимума. Разность хода для волн, которые выходят из любых двух соседних щелей  $\Delta = d \sin \varphi$ . Поскольку линза  $L$  не создает дополнительной разности хода, для появления главного максимума интенсивности света в точке  $P$  необходимо, чтобы разность хода волн от всех щелей были кратны длине волны  $\lambda$ , что выполняется при условии

$$d \sin \varphi_k = \pm k\lambda ; k=0,1,2,\dots \quad (9.4)$$

Уравнение (9.4) называется формулой дифракционной решетки и определяет положение на экране главных дифракционных максимумов. Это положение зависит от порядка максимума  $k$  и длины волны  $\lambda$ . Первые минимумы, которые ограничивают ширину главного максимума, возникают для таких  $\varphi$ , при которых становится равной нечетному числу  $\lambda/2$  разность хода от щелей, которые находятся на расстоянии  $Nd/2$ . Тогда вторичные волны от щелей одной половины решетки взаимно уничтожаются в результате интерференции с вторичными волнами от щелей второй половины решетки. Условие возникновения минимума освещенности

$$d \sin \varphi_{\min} = \pm \left( k \pm \frac{1}{N} \right) \lambda ; k=0,1,2,\dots \quad (9.5)$$

Сравнивая формулы (9.4) та (9.5) видим, что величины  $\varphi_{\min}$  очень близки к соответствующим  $\varphi_k$ , то есть угловые ширины главных максимумов очень малы. Вместе с зависимостью  $\varphi_k$  от  $\lambda$  это позволяет использовать дифракционную решетку для разложения света в спектр.

Экспериментальная установка, на которой выполняется работа,

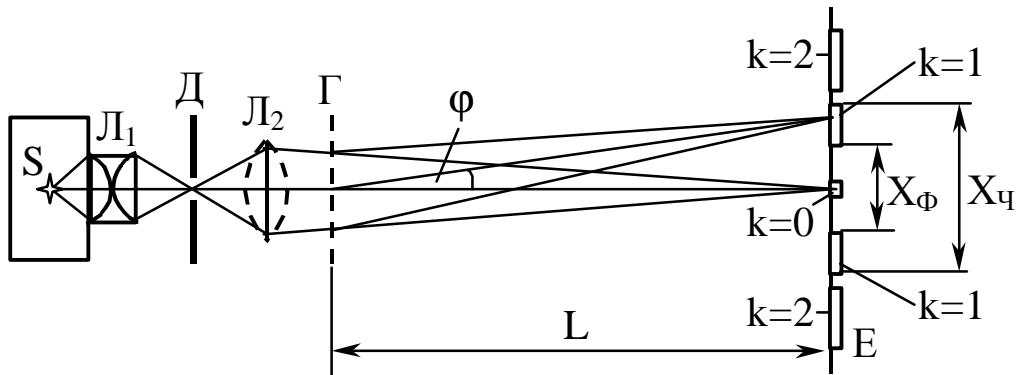


Рисунок 9.5

изображена на рисунке 9.5. Источником света является раскаленная вольфрамовая спираль лампы  $S$ , то есть раскаленное твердое тело. Спектр его излучения непрерывный, длины волн принимают все значения из диапазона видимого света, а цвет изменяется от фиолетового до красного. Наложение же этих волн создает свет белого цвета.

Свет от источника  $S$  концентрируется конденсорной системой линз  $L_1$  на диафрагме  $D$  с отверстием в форме щели. Свет, который проходит через щель, концентрируется линзой  $L_2$ , которая создает изображение щели на экране  $E$ . Этот свет проходит также через дифракционную решетку  $\Gamma$ , расположенную на малом расстоянии от линзы  $L_2$ . Вследствие дифракции световые волны изменяют направление распространения и создают на экране  $E$  интерференционные максимумы в форме вертикальных полосок. Расстояние между дифракционной решеткой и экраном  $E$  равно  $L$ , оно значительно превышает ширину решетки. Поэтому лучи, которые проходят через решетку почти не отличаются от параллельных, для них сохраняют силу формулы (9.4) та (9.5). Углы  $\varphi_k$ , под которыми наблюдаются максимумы  $k$ -го порядка ( $k=0,1,2,\dots$ ), определяются формулой (9.4), благодаря малой угловой ширине линейная ширина максимума зависит только от ширины щели, поскольку каждый максимум является ее изображением. Из формулы (9.4) видим, что положение центрального, нулевого максимума ( $k=0$ ) не зависит от длины волны  $\lambda$ , он имеет белый цвет. Положения максимумов первого ( $k=1$ ), второго ( $k=2$ ) и больших порядков определяется кроме  $k$  длиной волны. Изображения щели, которые создаются светом различного цвета, находятся в разных местах экрана. Это приводит к

возникновению на экране двух спектров первого порядка и двух спектров второго порядка, симметрично расположенных относительно центрального максимума (см. рисунок 9.5). Спектры третьего и четвертого порядков накладываются, использовать их для проведения спектральных исследований невозможно. Даже на красный край спектра второго порядка накладывается фиолетовый край спектра третьего порядка.

Дифракционная решетка Г в установке – это фотопластинка, на которую сфотографирован разлинованный черными полосами лист бумаги. Постоянная решетки  $d=0,01$  мм. Она закреплена на конце оптической скамьи, вдоль которой перемещается экран Е. Расстояние между дифракционной решеткой и экраном L измеряется с помощью линейки, закрепленной на оптической скамье. На экран Е также нанесена линейка, с помощью которой измеряется расстояние между светлыми полосами (максимумами) одного цвета X. Зная X и L можно определить для каждого цвета длину световой волны, в соответствии с формулой (9.4)

$$\lambda = \frac{d \sin \varphi_k}{k}.$$

Измерения производятся только для спектров первого порядка,  $k=1$ . Кут  $\varphi_1$  достаточно мал, чтобы можно было использовать соотношение

$$\sin \varphi_1 \approx \operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{X}{2L}.$$

Конечная формула для определения длины волны

$$\lambda = \frac{dX}{2L}. \quad (9.6)$$

### **9.3 Порядок выполнения работы и обработка результатов измерений**

1. Установить экран на расстоянии 0,4 м от дифракционной решетки. Включить свет и убедиться, что площадь решетки освещается равномерно. Перемещая линзу  $L_2$  добиться наибольшей четкости краев центрального максимума и откорректировать его положение в центре экрана. Уменьшить ширину щели до минимальной при условиях наблюдения величины. Осмотреть дифракционную

- картину на экране, найти положение максимумов различного порядка.
- Получить у преподавателя 5 значений расстояния  $L$  между дифракционной решеткой и экраном, для которых следует произвести измерения. Записать эти значения в таблицу 9.1.

**Таблица 9.1**

N пп	L м	$X_\Phi$ $10^{-3}$ м	$\lambda_\Phi$ $10^{-7}$ м	$\Delta\lambda_\Phi$ $10^{-7}$ м	$X_K$ $10^{-3}$ м	$\lambda_K$ $10^{-7}$ м	$\Delta\lambda_K$ $10^{-7}$ м
1							
2							
3							
4							
5							
Сер							

- Для всех значений  $L$  измерить расстояние между внутренними, фиолетовыми краями спектров первого порядка  $X_\Phi$  (смотри рисунок 9.5). Записать пять значений  $X_\Phi$  в таблицу 9.1.
- Для всех значений  $L$  измерить расстояние между внешними, красными краями спектров первого порядка  $X_K$  (смотри рисунок 9.5). Записать пять значений  $X_K$  в таблицу 2.1.
- По формуле (9.6) вычислить 5 значений длины волны фиолетового света  $\lambda_\Phi$  и 5 значений длины волны красного света  $\lambda_K$ . Вписать значения  $\lambda_\Phi$  и  $\lambda_K$  в таблицу 9.1.
- Найти средние значения  $\lambda_\Phi$  и  $\lambda_K$ , вписать их в таблицу 9.1.
- найти абсолютные погрешности отдельных измерений  $\lambda_\Phi$  и  $\lambda_K$ , средние абсолютные погрешности этих величин и вписать все значения в таблицу 9.1.
- Найти относительные погрешности измерения  $\lambda_\Phi$  и  $\lambda_K$ , записать результаты измерения  $\lambda_\Phi$  и  $\lambda_K$  в стандартной форме.

## **2.4 Контрольные вопросы**

1. Что такое дифракция?
2. В чем сущность принципа Гюйгенса-Френеля?
3. Что такое зоны Френеля? Каким образом выделяются они на сферической волновой поверхности?
4. В каких случаях возникают максимумы и минимумы интенсивности в центре экрана при прохождении света через круглое отверстие?
5. Какова роль линзы в дифракции Фраунгофера на щели и каково взаимное положение линзы и экрана при наблюдении дифракционной картины?
6. Чем определяется в дифракции Фраунгофера ширина центрального максимума и в каком случае щель превращается в линейный источник света?
7. Что такое дифракционная решетка? Что такое постоянная (период) решетки?
8. Какой вид имеет дифракционная картина на экране после прохождения светом дифракционной решетки и собирающей линзы?
9. Для каких целей используются дифракционные решетки? Чем обусловлена возможность их такого использования?
10. Чем определяются положения дифракционных максимумов на экране и чем определяется ширина этих максимумов?
11. Чем отличаются световые волны, соответствующие различным цветам спектра?

## 10. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 74

### Изучение работы спектроскопа и наблюдения оптических спектров

**Цель работы:** знакомство с элементами теории строения и излучения атомов, знакомство со строением и работой спектроскопа, градуировка шкалы спектроскопа и определения длины волны излучения натрия, проверка закономерностей в спектре излучения атомарного водорода и знакомство с видом спектров инертных газов.

#### 10.1 Короткие теоретические сведения

Элементы теории атомов изложены во вступительной части «Методических указаний» в пп. 1.2, ..., 1.6 [7] или в соответствующих параграфах учебников [1], [2], [3], [4]. Прежде чем знакомиться с последующим материалом, необходимо детально изучить теорию атомов.

По современным представлениям, созданным квантовой механикой, электроны в атомах могут находиться в стационарных состояниях с энергией :

$$W_n = -\frac{1}{n^2} \frac{m(Z-\sigma)^2 e^4}{32\pi^2 \hbar^2 \epsilon_0^2} = -\frac{(Z-\sigma)^2}{n^2} W_0,$$

где  $n$  – главное квантовое число; постоянная величина;  $Z$ - зарядное число ядра атома;  $\sigma$  - постоянная экранирования. Переход атомов из одного состояния с  $n = k$  в другого из  $n = m$  сопровождается излучением, или поглощением кванта энергии:

$$h\nu_{mk} = h\frac{c}{\lambda_{mk}} = W_m - W_k = (Z-\sigma)^2 W_0 \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{m^2} \right), \text{ или } \frac{1}{\lambda_{mk}} = R(Z-\sigma)^2 \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad (10.1)$$

где  $R$  – постоянная величина;  $k = 1, 2, 3, \dots$ ;  $m = k+1, k+2, k+3, \dots$  – соответствующие значения главного квантового числа.

Для атомов водорода  $Z = 1$ ;  $\sigma = 0$ , поэтому формула (10.1) принимает очень простую форму:

$$\frac{1}{\lambda_{mk}} = R \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{m^2} \right), \text{ або } \nu_{mk} = R c \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad (10.2)$$

где  $R = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1} \approx 1,1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$  – постоянная Ридберга;  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$  – скорость света в вакууме.

Таким образом, излучение атомов состоит из отдельных, характерных только для данного атома, спектральных линий с частотами  $\nu_{mk}$  и длинами волн  $\lambda_{mk}$ , которые сопровождают соответствующие переходы в них. Необходимо отметить, что и переходы возможны только при условии выполнения так называемых правил отбора, которые разрешают переходы между состояниями электронов, где изменение орбитального квантового числа  $\Delta l = \pm 1$ . Набор частот (длин волн), которые может излучать атом, называется его *спектром*. Он определяет спектральный состав излучения. Под понятием “спектр”, в том числе и оптический спектр, чаще понимают совокупность пространственно разделенных спектральных линий. Устройства, что позволяют получить пространственно разделенный спектр, называются спектроскопами, спектрометрами, спектрографами.

Когда речь идет об излучении вещества, а только это излучение может наблюдаться, потому что излучение отдельного атома слишком слабо, то его спектры могут значительно усложняться в зависимости от агрегатного состояния вещества - соседние атомы могут существенно изменять энергетику электронов. Опыт учит, что только спектры разреженных атомарных газов и паров металлов подобны атомным, и состоят из отдельных цветных узких линий на темном фоне. Такие спектры называются линейчатыми. Линейчатые спектры являются характеристическими, потому что они характерны для атомов данной природы – водорода, кислорода, гелия и так далее. Разреженные молекулярные газы дают полосатый спектр, то есть спектр, что представляет собой цветные полосы на темном фоне. Полосы состоят из близко расположенных спектральных линий, которые в спектрах не очень высокого разрешения практически сливаются в сплошную полосу. Спектры излучения конденсируемых сред и сжатых газов имеют сплошной спектр в виде радужной полосы.

Если излучение со сплошным спектром пропустить через поглощающее среду, на выходе из него получим излучение, спектр которого содержит линии поглощения. По закону Кирхгофа-Бунзена спектры поглощения являются обратными к спектрам излучения. Спектр поглощения разреженными атомарными газами представляет собой совокупность темных линий поглощения, так называемых темных фраунгоферовых линий, на фоне радужной полосы.

Положение этих линий в точности отвечает положению линий излучения данного газа и для водорода, например, подчиняется закону (10.2).

Формула (10.2), описывающие спектр атомов водорода называется сериальной формулой по той причине, что спектральные линии образуют серии линий в разных участках спектра. Номер серии определяется главным квантовым числом  $n = k$ , то есть числом, что определяет энергию состояния электрона, в которое он переходит излучая кванты света, отвечающие спектральным линиям данной серии. Для  $k = 1$  имеем серию линий в диапазоне ультрафиолетового излучения – серия Лаймана. Серия Бальмера – это серия линий с  $k = 2$  расположенных в видимом диапазоне. Излучение с  $k = 3, 4, \dots$  отвечает сериям инфракрасного диапазона.

## 10.2 Экспериментальные исследования

### 10.2.1 Изучение строения и градуировка шкалы спектроскопа

Спектроскоп является одним из спектральных приборов – оптических приборов для разложения в спектр за длинами волн (частотами) электромагнитного излучения оптического диапазона и для изучения этих спектров. По способам разложения в спектр приборы делятся на несколько классов [5]. 1) Спектральные приборы с пространственным разложением, где излучение разных частот разделяется по направлениям распространения. 2) Спектральные

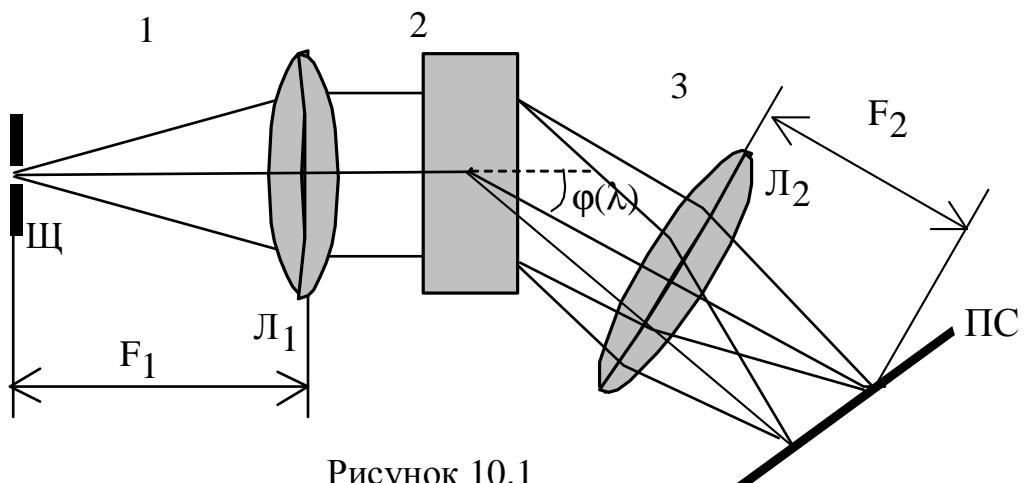


Рисунок 10.1

приборы с амплитудной модуляцией, основанной на явлении дифракции света, где анализ спектрального состава излучения выполняется за счет изменения длины волны и, как следствие, изменения оптической разности хода лучей и изменения интенсивности излучения этой длины волны в результате интерференции и другие. Мы изучаем спектроскоп, то есть прибор для наблюдения оптических спектров, с пространственным разложением. Принципиальная схема прибора УМ – 2 приведенная на рис. 10.1. Прибор имеет три основные части: входной коллиматор – 1; диспергирующий элемент – 2; выходной коллиматор – 3.

Входной коллиматор состоит из диафрагмы со щелью Щ, которая находится в фокальной плоскости (расстояние F1) линзы Л1. Он создает параллельный пучок неразделенного излучения, которое направляется на диспергирующий элемент.

Диспергирующий элемент - это устройство, в котором пространственное разложение света в спектр происходит благодаря явлению дисперсии, которое заключается в зависимости скорости света  $V$  и показателя преломления  $n = \frac{c}{V}$ , где  $c$  – скорость света в вакууме, от длины волны. Угол отклонения световых лучей трехгранной призмой зависит от показателя преломления, поэтому прохождение света через трехгранную призму сопровождается его разложением в спектр.

Диспергирующий элемент в спектроскопе УМ – 2 - это трехгранные призмы из прозрачного материала (рис. 10.2), угол

отклонения лучей  $\delta = f[n(\lambda)]$  в которых зависит от показателя преломления  $n$  и от длины волны  $\lambda$ . Он превращает пучок лучей, которые падают на него, в систему параллельных пучков, идущих под разными углами  $\varphi(\lambda)$  (см. рис 10.1).

Исходный коллиматор

фокусирует с помощью линзы Л2 параллельные пучки и создает в фокальной ее плоскости (на расстоянии F2), совпадающей с плоскостью наблюдения ПС (см. рис 10.1), систему изображений

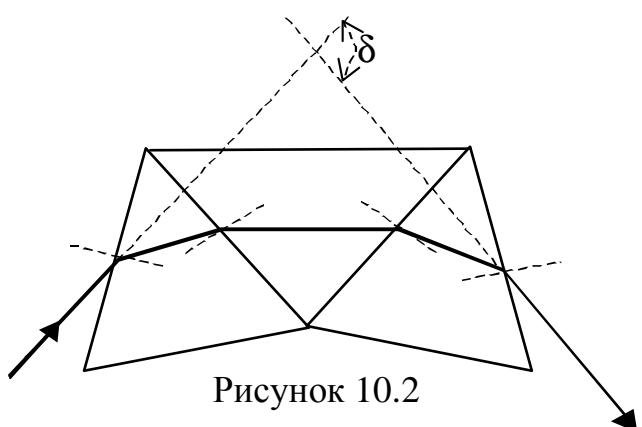


Рисунок 10.2

входной щели Щ в разных цветах, которые имеют разные длины волн. Таким образом происходит пространственное разложение сложного света в спектр.

Внешний вид спектроскопа изображен на рис. 10.3. Элементы 1,

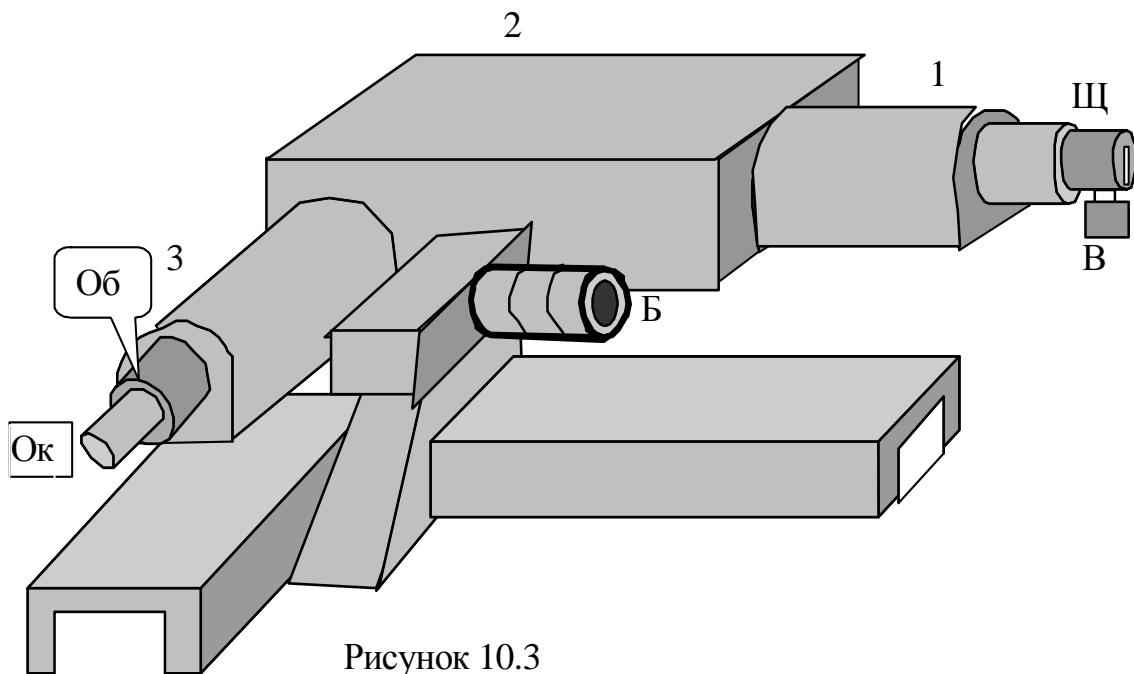


Рисунок 10.3

2, 3 помечают, как и на рис. 10.1, входной коллиматор, диспергирующий элемент и исходный коллиматор. Размеры щели Щ входного коллиматора регулируются с помощью микрометрического винта В. Диспергирующий элемент расположен в корпусе 2 на столике, положение

которого регулируется червячной парой с помощью барабана Б. Поворот барабана обеспечивает наблюдение необходимой части спектра и фиксируется по шкале, нанесенной на его поверхности.

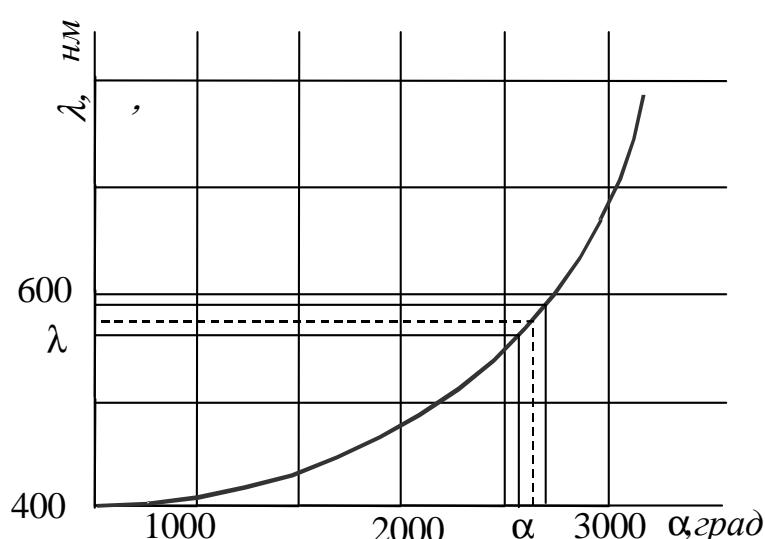


Рисунок 10.4

Спектральные линии наблюдаются с помощью выходного коллиматора, в котором есть визирный штырь, а четкое изображение штыря и линий достигается перемещением окуляра Ок и объектива О коллиматора.

Для превращения спектроскопа в спектрометр необходимо проградуировать шкалу спектроскопа, то есть поставить в соответствие делениям шкалы спектроскопа соответствующие значения длин волн. Это соответствие, как правило, представляется в виде графика зависимости длины волны  $\lambda$  от угла поворота  $\alpha$  барабана (см. рис 10.3). Типичная форма градуировочного графика представлена на рис. 10.4. Чтобы построить такой график необходимо иметь излучение с известным линейчатым спектром.

С помощью спектрометра можно определить длину волны неизвестного излучения, как это показано на рис. 10.5 пунктирными линиями: по измерениям угла поворота барабана  $\alpha$  проводится линия к пересечению с графиком, после чего проводится горизонтальная линия до пересечения с осью ординат, что определяет измеренную длину волны  $\lambda$ .

### 10.2.2 Порядок выполнения работы

1 Изучить строение спектроскопа. Указать на расположение основных элементов прибора в соответствии с рисунками 10.1, 10.2 и 10.3. Познакомиться с механизмами управления положением спектра и размерами щели входного коллиматора.

2 Подготовить и включить ртутную лампу. Настроить наилучшую видимость спектра, удостовериться во влиянии размеров щели входного коллиматора на качество спектра. Добиться четкого изображения визирного штыря с помощью перемещения окуляра исходного коллиматора. Изменяя положение объектива исходного коллиматора, добиться четкого изображения спектральных линий.

3 Ввести в поле зрения начало спектра и установить, например, желтую линию II из табл. 10.1 против визирного штыря с помощью поворота барабана. Зафиксировать значение угла поворота барабана. Результат занести в табл. 10.1.

**Таблица 10.1**

Цвет линии	Относительная яркость	Длина волны $\lambda$ , нм	Отсчет по шкале $\alpha$ , град
Фиолетовая I	2	404,66	
Фиолетовая II	1	407,78	
Фиолетово-синяя	8	435,83	
Голубая	1	491,60	
Зеленая	10	546,07	
Желтая I	8	576,96	
Желтая II	10	579,06	

4 Установить против визира желтую линию I. Зафиксировать отсчет угла поворота барабана и занести его к табл. 10.1. Провести соответствующие измерения остальных спектральных линий спектра паров ртути.

5 Заменить с помощью преподавателя или лаборанта ртутную лампу на неоновую, имеющей более широкий диапазон спектра, линии которого приведены в табл. 10.2.

**Таблица 10.2**

Цвет линии	Относительная яркость	Длина волны $\lambda$ , нм	Отсчет по шкале $\alpha$ , град
Зеленая I	3	533,08	
Зеленая II	5	534,11	
Зеленая III	10	540,06	
Желтая I	3	576,44	
Желтая II	10	585,25	
Оранжевая I	4	588,19	
Оранжевая II	3	594,48	
Красно-оранжевая I	2	597,55	
Красно-оранжевая II	2	603,00	
Красно-оранжевая III	4	607,43	
Красно-оранжевая IV	3	609,62	
Красно-оранжевая V	5	614,31	
Ярко-красная I	5	616,36	
Ярко-красная II	3	621,73	
Ярко-красная III	8	626,65	
Ярко-красная IV	2	630,48	
Ярко-красная V	5	633,44	
Ярко-красная VI	10	638,30	
Ярко-красная VII	10	640,22	
Красная I	5	650,65	

Красная II	5	653,29	
Красная III	5	659,89	
Красная IV	3	667,83	
Красная V	1	671,70	

6 Построить градуировочный график по данным табл. 10.1 и 10.2.

Примечание. Для построения графика необходимо использовать, как минимум, возможности целой страницы вашего протокола работы. Обратите внимание на отсчеты на осях графика, который приведен на рис. 10.5. На осях отложите соответствующие масштабы только в пределах измеренных величин таким образом, чтобы построенный график занимал практически все отведенное поле.

### 10.2.3 Определение длины волны желтой линии натрия

#### Экспериментальная установка и метод

Натрий при комнатной температуре есть металл в твердом состоянии. Если его поместить в пламя, например, твердого спирта, он испаряется и, как это указано в теоретической части работы, дает линейчатый спектр. В видимом диапазоне очень хорошо наблюдается желтый дубль – желтая двойная линия с длинами волн 589,0 нм и 589,6 нм, которые в не очень качественном спектроскопе наблюдаются как одна широкая линия с длиной волны 589,3 нм. Заданием этого упражнения является наблюдение желтой линии (или линий) натрия и определения длины соответствующей ей волны с помощью проградуированного вами спектрометра. Натрий используется из его соединения с хлором NaCl (то есть используется обычная кухонная соль).

#### Порядок выполнения упражнения

1 Настройте спектрометр на наблюдение желтой части спектра.

2 Зажгите полученный у лаборанта сухой спирт и посыпайте сверху кухонную соль, которая находится в коробочке, где разгорается спирт.

3 Проведите измерения желтых линий и занесите результат к табл. 10.2. Теоретическое значение длины волны  $\lambda_T$  возьмите из приведенного выше материала п 10.2.2.

**Таблица 10.3**

Цвет линии	Длина волны $\lambda_T$ , нм	Отсчет по шкале $\alpha$ , град	Длина волны $\lambda$ , нм
Желтая I			
Желтая II			

**Примечание.** Если видная одна линия, используйте только первую строку табл. 10.2.

### Обработка результатов измерений

1 Определите измеренную вами длину волны с помощью градиуровочного графика, манипулируя так, как это показано на рис. 10.5, пунктирной линией.

2 Попробуйте оценить погрешность определения длины волны с помощью градиуровочного графика. С этой целью выделите полоску шириной  $\Delta\alpha = \pm 1^\circ$  до пересечения с графиком. Вы получите точки пересечения с графиком предельных линий полосы. Проведите соответствующую горизонтальную полосу к ее пересечению с осью ординат и определите длины волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Погрешность измерения  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ .

3 Определите относительную погрешность и запишите результат измерения в стандартной форме.

4 Сопоставьте полученный результат с теоретическим значением и сделайте вывод относительно надежности вашего спектрометра.

### 10.2.3 Изучение спектров инертных газов

#### Экспериментальная установка и метод

Инертные газы: гелий, неон, аргон, криптон не создают молекул, поэтому под низким давлением электрический разряд в них дает линейчатый спектр. Заданием упражнения является наблюдение спектров названных инертных газов и их сравнительное описание.

Трубки с разреженными инертными газами установлены на специальном стенде и питаются от генератора высокочастотного напряжения. Устройство с трубками может быть установленным перед входным коллиматором спектроскопа.

## **Порядок выполнения упражнения**

1 Установить против щели входного коллиматора трубку с гелием и включить питание. Изучить спектр излучения гелия и сделать его рисунок в протоколе исследования.

2 Повторить действия п. 1 для других газов.

3 Сделать сравнительный вывод для изученных спектров. Отметить подавляющие цвета линий, их яркость, количество и прочее.

### **10.2.4 Изучение спектра атомов водорода**

#### **Экспериментальная установка и метод**

Газоразрядная трубка с водородом может быть установленной перед щелью входного коллиматора спектроскопа. Во время прохождения тока молекулы водорода диссоциируют на отдельные атомы, и в трубке наблюдается атомарный спектр водорода на фоне полосатого спектра молекул водорода.

В видимой части спектральные линии водорода подчиняются формуле Бальмера:

$$\frac{1}{\lambda_{mk}} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right), \text{ або } \nu_{mk} = R c \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right), m = 3, 4, 5, \dots$$

Заданием упражнения является определение длин волн соответствующих линий и определения постоянной Ридберга  $R$ .

## **Порядок выполнения упражнения**

1 Установить водородную лампу против щели входного коллиматора и включить ее питание (воспользуйтесь помощью лаборанта или преподавателя).

2 Познакомьтесь со спектром водорода и дайте объяснение, почему он имеет сложное строение.

3 Найдите все линии атома водорода, которые указаны в табл. 5.4. Внимание: фиолетовая линия может быть невидимой.

**Таблица 10.4**

Цвет линии	Отсчет по шкале $\alpha$ , град	Длина волны $\lambda$ , нм	Частота излучения $v$ , Гц	$R$ , 1/м	$\Delta R$ , 1/м
Фиолетовая					
Фиолетово-синяя					
Зелено-голубая					
Красная					
Среднее					

4 Поворотом барабана установите фиолетовую линию против визира. Соответствующий отсчет угла поворота барабана занесите в табл. 10.4. Если фиолетовая линия невидимая начните с фиолетово-синей.

5 Измеряйте углы поворота барабана для остальных линий и занесите результаты в табл. 10.4.

### Обработка результатов измерений

1 Воспользуйтесь градуировочным графиком и определите длины соответствующих волн. Результаты занесите в табл. 10.4.

2 По формуле  $v = \frac{c}{\lambda}$  определите соответствующие частоты спектральных линий водорода. Результаты занесите в табл. 10.4.

3 По формуле  $R = \frac{4m^2 v_{mk}}{c(m^2 - 4)}$  определите постоянную Ридберга для каждой из длин волн табл. 5.4. Результаты занесите в табл. 10.4.

4 Определите среднее значение постоянной Ридберга

$$\langle R \rangle = \frac{\sum_{m=3}^6 R_m}{4}.$$

Результат занесите в табл. 10.4.

Примечание. Если фиолетовая линия невидима и не измерялась, отсчет начинается с  $m = 4$  и в знаменателе будет 3. То есть будут измерены всего три линии.

5 Определите абсолютные погрешности и их среднее значение. Результаты занесите в табл. 10.4.

6 Определите абсолютную погрешность и запишите результат измерения постоянной Ридберга в стандартной форме.

7 Сопоставьте полученный результат с теоретическим значением постоянной Ридберга

$$R = (10973730,9 \pm 1,2) \text{ 1/m}$$

и сделайте вывод.

### 10.3 Контрольные вопросы

1 Что такое атом и каково его строение?

2 Как определяется поведение электронов в атомах? Что такое квантовая механика и как она решает проблему исследования движения микрообъектов?

3 Как квантовая механика исследует поведение электронов в атомах водорода и водородоподобных ионах?

4 Какой вид имеет стационарное уравнение Шредингера для исследования динамических характеристик атомов водорода и водородоподобных ионов?

5 Что такое квантовые числа и каково их физическое содержание? Какие значения может принимать главное квантовое число? По какой формулой вычисляется энергия атомов водорода и водородоподобных ионов? Что такое вырожденные состояния электронов в атомах и чему равняется кратность их вырождения?

6 Как квантовая механика объясняет процесс излучения атомов? Запишите формулу для определения энергии кванта излучения водорода в видимой части спектра.

7 Что такое оптический спектр? Какие разновидности спектров вы знаете и от чего зависит вид спектра? Почему линейчатые спектры называются характеристическими?

8 Что такое спектроскоп? Каков принцип его действия и какое строение спектроскопа с пространственным разложением?

9 В чем заключается процесс градуировки спектроскопа?

10 Какие источники линейчатых спектров используются в данной работе?

## **СОДЕРЖАНИЕ**

1. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №11. Знакомство с теорией измерений.....	5
2. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №12. Изучение законов прямолинейного движения с помощью машины Атвуда.....	18
3. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №14. Определение момента инерции маховика.....	28
4. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 15. Определение ускорения свободного падения с помощью обратного маятника.....	37
5. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 33. Определение баллистической постоянной гальванометра и емкости конденсатора.....	45
6. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 42. Определение напряженности магнитного поля на оси соленоида с помощью баллистического гальванометра.....	57
7. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 44. Определение удельного заряда электрона с помощью магнетрона и электронно-лучевой трубки.....	65
8.ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 55. Определение скорости звука в воздухе методом сложения взаимно-перпендикулярных колебаний...	75
9.ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 63. Определение длины световой волны с помощью дифракционной решетки.....	85
10. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 74. Изучение работы спектроскопа и наблюдения оптических спектров.....	96